



*Journ@l Electronique d'Histoire des
Probabilités et de la Statistique*

*Electronic Journ@l for History of
Probability and Statistics*

Vol 8; Décembre/December 2012

www.jehps.net

Introduction au Compte-Rendu de Joseph Bertrand

Bernard BRU

Le texte mis en ligne est le compte-rendu rédigé par Joseph Bertrand de la nouvelle édition de la *Théorie analytique des probabilités*, volume 7 des *Oeuvres complètes* de Laplace, sous les auspices des Secrétaires perpétuels de l'Académie des sciences (Bertrand pour les sciences mathématiques). Il a été publié, en novembre 1887, dans le *Journal des Savants*. Ce périodique, le plus ancien journal littéraire d'Europe, fondé en 1665, dont le rôle dans la diffusion des sciences aux 17^{ème} et 18^{ème} siècles est important, on le sait ; il avait été supprimé à la Révolution, et rétabli en 1816 sous une forme strictement ministérielle et académique. Il était édité aux frais de l'Etat par un bureau présidé par le Garde des Sceaux, puis le ministre de l'Instruction publique, et composé de 6 assistants et 12 auteurs, tous membres éminents de l'une des quatre académies de l'Institut. Chacun des membres du bureau est tenu de publier chaque année trois comptes rendus d'ouvrages récents, marquant une avancée dans les disciplines de leur ressort ou de leurs goûts. On conçoit que le *Journal des Savants* soit devenue une tribune recherchée où les savants élus du bureau peuvent présenter leurs idées personnelles sur les thèmes abordés dans leurs comptes-rendus et régler au passage quelques comptes anciens et nouveaux.

Bertrand a été élu « auteur » en 1865, en remplacement de Liouville démissionnaire pour raisons de santé. Pendant 35 ans, il va publier une centaine de comptes-rendus sur tous les sujets qui l'intéressent, et ils sont nombreux, histoire et philosophie des sciences, ouvrages scientifiques de tous niveaux, critique littéraire érudite, portraits pris sur le vif (nous conseillons en particulier son portrait d'Auguste Comte qu'il a toujours détesté, [1892]), etc. En tant que seul représentant des sciences physiques et mathématiques au bureau, il défend avec constance une ligne académique française officielle, la sienne, et rectifie les erreurs étranges où sont tombés certains savants aux idées biscornues et obscures, Clausius, Mayer, Helmholtz, Kelvin, Maxwell ou Boltzmann pour faire court (Bertrand [1869-1870], [1873b], [1891], etc.), avec d'autant plus d'autorité qu'il a été élu secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences en 1874 et qu'il le restera jusqu'à sa mort.

Bertrand a toujours eu l'esprit de contradiction, qu'il pratique jusqu'au paradoxe, mais seulement dans les domaines où il est assuré de n'être pas contredit et d'aller dans le sens de l'opinion de ses principaux confrères, ceux qui comptent. Charmeur et tyrannique tour à tour ou simultanément, Bertrand est un polémiste du consensus et du sens commun académiques, avec un don spécial pour les formules qui font mouche et les images qui séduisent. Bertrand, depuis son enfance, a le désir de plaire, le goût des éloges, la passion des bonnes notes, des concours et des titres que l'on admire de confiance, et dont l'accumulation innombrable permet sans doute de masquer, aux yeux du peuple émerveillé, son absence totale de génie de l'invention, dont il est, plus que tout autre, conscient. Il trouve au *Journal* une tribune unique dans une ambiance feutrée et certains de ses textes plus littéraires l'ont conduit à l'Académie française en 1885, en remplacement de J.-B. Dumas, l'autre savant politique de son temps, avant d'être à son tour remplacé en 1900, par son ami (et complice) académique, Marcelin Berthelot, l'apôtre de la normalité positive antiatomiste (Jacques [1987]).

En 1887, Bertrand est « assistant » depuis deux ans et sa position au sein du bureau est très forte, d'autant que le Ministre, président du bureau, est justement Berthelot. Bref, on ne peut imaginer position plus hégémonique dans la science officielle française. Il n'était donc pas sans intérêt de reproduire son compte rendu de la nouvelle édition du « Mont Blanc des mathématiques ».

Disons le tout net, le compte rendu de Bertrand est résolument superficiel et d'une incroyable injustice scientifique. Au point que l'aveuglement de Fontenelle dans son éloge de Bernoulli [1730], qui déclare ne pas comprendre l'intérêt du théorème de Bernoulli, ou les tirades assassines de certains des éloges de Condorcet, ou même certains autres comptes rendus de Bertrand particulièrement peu judicieux, font figure de modèles de perspicacité et d'honnêteté intellectuelle. Bertrand se contente de relever quelques-uns des points faibles des analyses laplaciennes, d'ailleurs bien connus, et il n'indique en rien ce qui fait la profondeur et la richesse exceptionnelles de l'œuvre probabiliste d'un Laplace, qui apparaît dans le texte de Bertrand comme un mathématicien confus et borné qui ne comprend rien aux réalités des sciences physiques et morales.

Il faudrait donc tenter de comprendre les raisons de cet acharnement antilaplacien primaire, qui n'est pas unique, loin s'en faut. Mais, auparavant, présentons rapidement le texte.

On peut distinguer trois familles de critiques dans l'éloge de Bertrand. La première touche à l'inaccessibilité supposée des mathématiques laplaciennes, qui interdiraient tout accès aux résultats les plus attrayants du calcul des probabilités. Comme on sait, ce thème est développé par Bertrand dans son cours du Collège de France sur le calcul des probabilités des années 1880 et dans le grand traité qu'il est en train de rédiger et qui paraîtra à la fin de l'année 1888 (on verra Sheynin [1994], Armatte [2006a], M.-F. Bru [2012]). Il existe des méthodes directes non analytiques qui conduisent

à des résultats « merveilleux » accessibles à tous, que l'analyse laplacienne ne fait qu'obscurcir. Bertrand donne l'exemple du théorème de Bernoulli, qu'il démontre à peu près à l'aide de la méthode des doublements successifs, une méthode bertrandine très élégante (mise au point avec l'aide du génial Emile Barbier) qui ne comporte aucun calcul. Toutefois, le lecteur attentif notera que l'évaluation de l'inconnue X du texte laisse à désirer au point de vue de la rigueur et que la correction qu'il en donne au n° 80 de [1888] est visiblement erronée. Quant à l'argument final qui permet de conclure, il exprime en phrase et de façon confuse une inégalité fondamentale publiée par Bienaymé en 1853, reprise par Tchébychef en 1867, et que Bertrand présente ici comme évidente, avec une mauvaise foi remarquable. Bertrand a donné une démonstration complète et assez simple du théorème de Bernoulli en 1882, mais là encore elle voile un calcul analytique et l'inégalité de Bienaymé-Tchébychef. De sorte qu'elle ne plaide guère pour la bonté de la thèse bertrandienne : les méthodes analytiques sont inutiles et on doit leur préférer les méthodes directes. On sait que Bertrand consacra le chapitre VI de son beau traité de 1888 à un florilège de méthodes directes (empruntées à Moivre, Barbier et quelques autres), très ingénieuses, parfois superbes, mais qui ne conduisent à aucun des résultats les plus importants de la *Théorie analytique*. D'ailleurs le calcul moderne des probabilités se développera entre les deux guerres principalement par la voie laplacienne analytique, sans pour autant négliger les méthodes directes, notamment en théorie des processus, où les probabilités dénombrables boréliennes non analytiques font merveille, avec les travaux de Lévy et Doeblin, d'ailleurs tout à fait inaccessibles aux mathématiques merveilleuses bertrandiennes. Sur ce point donc, Bertrand a tort ou s'illusionne.

Le second ensemble de critiques touche à la statistique laplacienne, ce qu'on appelle maintenant la théorie des tests d'hypothèses et de l'estimation des paramètres. Bertrand conteste d'abord l'application aux naissances de Londres, faite par Nicolas Bernoulli [1713], du test de comparaison d'une proportion théorique à une proportion observée, le test moderne le plus utilisé en pratique, conséquence remarquable du théorème de Bernoulli, introduit et précisé par Nicolas Bernoulli (puis par Moivre). Les naissances n'ont aucune raison d'être des tirages au sort indépendants, on ne peut en rien leur appliquer le théorème de Bernoulli. Bertrand étend cette critique à toutes les applications que fait Laplace de ce test et de son extension au test analogue sur les moyennes, notamment aux plans d'orbites des comètes. Ces critiques déjà formulées en grand détail et avec plus de finesse par Cournot sont certes pertinentes. Il existe une infinité de modèles statistiques raisonnables associés à des données d'observation (naissances ou comètes) et les calculs faits sur l'un d'eux ne peuvent entraîner la conviction (Armatte [2006b]). Ils sont tout au plus des approximations, des analogies, des images, des modèles, des situations concrètes dont il s'agit. Mais cette critique s'applique aussi bien à toute la physique mathématique, bertrandienne ou non bertrandienne, et s'y arrêter revient à se couper les ailes et notamment à voiler le théorème

fondamental qui permet de mettre en place le test des moyennes, le théorème de Laplace, le chef d'œuvre de la *Théorie analytique*, qui montre dans le même temps que la méthode des moindres carrés est « la plus avantageuse », dans le cas d'un grand nombre d'observations. De la même façon, les critiques bertrandines touchant la méthode d'estimation bayésienne généralisée de Laplace, ont été formulées dès les années 1830, notamment par Cournot et les empiristes anglo-saxons, et n'apportent donc rien de nouveau, sinon dissimuler un autre théorème fondamental de Laplace : dans le cas de grands échantillons, la loi a posteriori ne dépend plus de la loi a priori, elle est gaussienne. Là encore, le scepticisme statistique théorique bertrandien ne fait qu'encourager les statisticiens français du temps à ignorer tout à fait la voie laplacienne, ce qu'ils font sans vergogne depuis longtemps, malgré les admonestations de Bienaymé (M.-F. Bru [1997]). Sur ce point également, Bertrand a donc tort et l'on peut considérer qu'il a été l'une des causes du retard français en statistique mathématique, suivant le schéma classique de la science théorique et appliquée française, l'avance-retard. Des avancées théoriques majeures, suivies d'un tel déchaînement de critiques, que l'on revient très en deçà du point atteint précédemment et l'on s'y cramponne. Pour des analyses superbes de la statistique laplacienne, on dispose fort heureusement maintenant des ouvrages de Stigler [1986] et de Hald [1998, 2004], auxquels le lecteur, inquiet des critiques bertrandines, pourra se reporter avec profit.

La troisième famille de critiques est bien connue. C'est un des chevaux de bataille de Bertrand. Il touche la probabilité des jugements. Depuis longtemps, Bertrand en a fait son miel. Laplace, mais aussi tous ses prédécesseurs et successeurs s'égarent absolument sur ces sujets moraux, trop délicats pour être soumis à des calculs grossiers. Les hypothèses simplificatrices qu'ils formulent sont si loin de la réalité humaine des cours de justice, qu'ils ne peuvent conduire qu'à des aberrations. Le calcul des probabilités ne s'applique pas aux sciences morales. Ce sera désormais la position officielle de l'Académie, qu'on retrouve à l'identique chez Poincaré. Là encore, Bertrand se fait simplement la voix de l'opinion du temps, qui masque un débat de fond. Les conditions d'un jugement ont des composantes purement arithmétiques, composition des jurys, pluralité requise pour le prononcé d'un jugement, qu'on peut faire varier et qui influent de façon souvent déterminante sur les résultats, tels qu'on peut les lire dans les tableaux de la statistique judiciaire. Comment rendre compte de cet aspect numérique des jugements humains ? Les mathématiques, le calcul des probabilités en particulier, peuvent-ils nous éclairer ? Sur ce point, mineur dans la *Théorie analytique*, et obligé dans le contexte politique et juridique de la Révolution et de la Restauration, Bertrand ne fait nullement avancer le débat, mais il utilise la probabilité des jugements, au même titre que la théorie de l'espérance morale, comme argument ultime pour parfaire sa démonstration. La *Théorie analytique* est non seulement douteuse, dépassée, néfaste à la saine compréhension du calcul des probabilités, elle est aussi parfaitement « extravagante ».

Bertrand conclut, [1888] dernière phrase : « Dans cette suite de calculs stériles, qui resteront, comme l'a dit Stuart Mill, le scandale des Mathématiques, Condorcet seul a donné un sage conseil : celui de choisir pour composer des assemblées des hommes *véritablement* éclairés. » Encore une fois Bertrand a tort et s'illusionne.

Il reste à examiner la question posée au début. Pourquoi Bertrand célèbre-t-il la nouvelle édition académique de la *Théorie* de Laplace, dont il est le principal responsable, de cette étrange façon ? Nous éditons Laplace parce qu'il est « digne d'admiration » et qu'il honore la république, mais surtout ne le lisez pas, vous ne comprendriez rien aux méthodes et de toute façon les résultats qu'il présente sont inutiles ou extravagants.

On peut répondre de mille façons à cette question subsidiaire.

On peut naturellement commencer par remarquer que la très grande majorité des comptes rendus bertrandiens sont critiques et que c'est sa marque, sa signature. Il est méchant. Il existe plusieurs styles d'éloges ou de comptes rendus académiques. Le style méchant est le plus facile à maîtriser et le plus fréquent. Le style bienveillant est plus difficile. Il y faut de la finesse, du détachement, de l'élégance, si l'on ne veut pas tomber dans la mièvrerie. Il faut aussi une qualité de plume, une délicatesse dans les nuances, un classicisme poétique dans l'hyperbole élogieuse, qu'on trouve chez un Fontenelle par exemple (Bertrand [1866]), mais que Bertrand ne possède guère, et qui restent rares. Bertrand suit donc la tradition classique de méchanceté académique que d'Alembert et Condorcet ont pratiqué avant lui avec talent. Encore que Bertrand y apporte une touche personnelle, une sorte de constance dans la méchanceté, qui pourraient amener à penser qu'il y met de l'acharnement et que c'est pour lui une façon de compenser une médiocrité trop évidente. Bertrand aurait la méchanceté des enfants prodiges ratés, des Mozart qui n'auraient composé que des berceuses et des chansons à boire, et qui, au soir de leur vie, couverts d'honneurs conquis à force d'habileté et de coups fourrés, se justifieraient en accablant leurs contemporains aux œuvres plus éclatantes. Mais on se tromperait. Bertrand ne se défoule pas. Il veut plaire. L'ai-je bien descendu ? S'inquiète-t-il toujours, comme un comédien vieillissant, craignant de ne plus plaire ou de ne pas plaire assez. Il lui faut donc aller toujours dans le sens du poil académique. Savoir à quel moment faire rire et de qui, sentir d'où vient le vent, qui il faut encenser et qui fustiger. Son compte rendu laplacien vient à point. Il aurait été impossible dix ans auparavant. Liouville aurait protesté sans doute, et le redoutable Bienaimé veillait, qui n'aurait pas manqué de le remettre sèchement à sa place, s'il l'avait lu, comme il l'avait fait quand Cauchy, pourtant d'une tout autre envergure, s'était permis de contester le théorème de Laplace en 1853. En 1887, les anciens sont morts. Le champ est libre. Plus personne ne se réclame de l'héritage laplacien. On peut sans risque assassiner Laplace en feignant de l'admirer.

Que ce Bertrand est donc méchant et drôle !

On n'atteindrait pas cependant encore le fond de la question. Bertrand y met trop de conviction. Il y a visiblement autre chose. En éliminant Laplace, Bertrand, on l'a dit en introduction, défend aussi la ligne dominante de la physique mathématique parisienne dont il est l'héritier et le principal interprète au Collège de France, à l'École polytechnique et à l'Académie, une ligne qu'il impose et qu'il suit en même temps. Les mathématiques sont la reine des sciences, mais elles ne sauraient s'appliquer sans précaution à des questions où elles n'ont rien à faire, et où elles servent d'alibis à des hypothèses farfelues ou résolument fausses, qu'il faut traquer sans relâche, atomisme, théorie des gaz, théorie mécanique de la chaleur, électromagnétisme, et bien sûr, économie mathématique, statistiques morales ou sociales, etc. L'analyse est née de la mécanique newtonienne, et elle s'applique prioritairement à cette théorie sous la forme quasi parfaite, qu'à la suite de Lagrange (et Poisson que Bertrand n'aime pas), Hamilton a aperçue et que Jacobi a réalisée pleinement (Bertrand [1873a], [1872]). Dans ce cadre, les équations de la dynamique atteignent à une sorte d'idéal mathématique et scientifique, que Bertrand a découvert à 18 ans en suivant les cours de Liouville, et où il a trouvé matière à ses premiers travaux, prometteurs, mais un peu courts. C'est cet idéal qu'il s'agit de transmettre et non pas les élucubrations laplaciennes. Bertrand fidèlement s'y est employé en un demi siècle d'enseignement où il a initié deux générations de mathématiciens au formalisme de Hamilton-Jacobi, Poincaré notamment, le plus brillant des « élèves » de Bertrand. Dans ce cas, (et ce cas seulement), les principes sont certains et l'analyse mathématique, admirable, mais qui ne peut donner que ce qu'on y a mis, acquière une certitude et une richesse véritables (Bertrand [1878]). Tout le reste est mauvaise littérature. Les méthodes analytiques laplaciennes de la *Théorie analytique*, qui, on le sait contiennent en germe des pans entiers de l'analyse des 19 et 20^e siècles, de la théorie de Cauchy à l'analyse fonctionnelle, sont des constructions inutiles, fondées sur du sable, et désormais en ruine. Quant aux méthodes statistiques laplaciennes, qui dominent encore actuellement toute la statistique mathématique, elles sont extravagantes. On peut s'étonner rétrospectivement d'un tel aveuglement, mais, à la décharge de Bertrand, en 1887, rien n'indiquait encore, au sein des académies, que l'œuvre laplacienne convenablement précisée, serait intégrée à la science vivante du 20^e siècle, en totalité ou presque. Bertrand est ainsi la première victime de l'opinion qu'il a lui-même fabriquée, et transmise de façon si efficace qu'on en trouve des traces dans l'historiographie du 21^e siècle. L'analyse laplacienne est extravagante. En cela, Bertrand est un remarquable visionnaire.

Fort heureusement, la *Théorie analytique* existe indépendamment de ses comptes-rendus savants, de ses analyses historiques ou philosophiques, et grâce à Bertrand et à l'Académie des sciences de 1886 si peu laplacienne, on dispose d'une édition fort bien faite, où le lecteur curieux et courageux pourra, sans l'aide de Bertrand, découvrir un texte unique, qui reste le Mont Blanc des mathématiques, l'un d'entre eux au moins.