



*Journ@l Electronique d'Histoire des
Probabilités et de la Statistique*

*Electronic Journ@l for History of
Probability and Statistics*

Vol 6, n°1; Juin/June 2010

www.jehps.net

Michel Loève's correspondences with Paul Lévy,
Maurice Fréchet and Jerzy Neyman

Letter 01: From M. Fréchet to M. Loève

UNIVERSITÉ DE PARIS
Paris, le 4 Juin 1941,

FACULTÉ DES SCIENCES
INSTITUT HENRI POINCARÉ
11, Rue Pierre-Curie (V^e)
TÉL : ODÉON 42-10

Mon cher ami,

Vous savez, je crois déjà le prix que vous coûterait la dactylographie de votre Thèse¹. Je voudrais vous signaler que ce travail pourrait être fait par une personne que je connais,

¹Because of war, traditional rules were given up. The Université de Paris was no more expected to print PhD thesis before oral examination. The regulations were based on ancient texts, notably the decrees of March 17, 1804 and July 17, 1840. Therefore, M. Loève met with some difficulties, all the more so as he was a Jew. For information only, in 1957, mathematics thesis were not supposed to have more than 60 pages, and one page was priced 38,50 F (which is equivalent to 0,71918 euros in 2009, according to INSEE estimation). This information is from two articles:

- *Thèses et mémoires présentés en France de 1940 à 1954 et touchant à la sociologie des religions*, Emile Poulat, Archives des sciences sociales des religions, Vol. 1, Num. 1, p. 159-174 (1956)
- *Problèmes de la recherche : I. Thèses et diplômes*, Paul Leuilliot, Annales. Économies, Sociétés, Civilisations, Vol. 19, Num. 4, p. 737-743 (1964)

Loève's thesis was published when France was liberated in the *Journal de Mathématiques pures et appliquées*.

qui est digne d'intérêt et qui accepterait vraisemblablement tout prix raisonnable inférieur à celui qui vous a été proposé.

C'est un juif tunisien El-Millick² demeurant 27, rue Linné, V^e, ~~depuis~~ qui est à la fois poète et mathématicien et artiste et dont le principal défaut est de n'avoir pas jusqu'à présent su se procurer des moyens d'existence réguliers.

Je lui écris en même temps de se mettre en rapport avec vous. Rien ne vous oblige à lui confier votre travail et il ne faudrait le faire que s'il s'engageait d'une manière ferme à le terminer en temps voulu.

Il travaille actuellement (de manière irrégulière c-à-d suivant les besoins de la maison) chez Ronéo, ce qui lui faciliterait sans doute la reproduction.

J'ai rédigé le rapport sur votre Thèse et vais l'envoyer à M. le Doyen³ avec une lettre lui recommandant d'opérer comme pour Ky-Fan. Êtes vous régulièrement inscrit au Secrétariat comme candidat à une Thèse de Doc. d'État ?

Bien à vous,
M. Fréchet

P.S. Vous pourriez faire faire la copie au fur et à mesure de la rédaction ?

Letter 02: From J. Neyman to M. Loève

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

July 26, 1946

Dr. Michel Loeve
58 rue Lhomond
Paris, France

Dear Dr. Loève :

Some time ago Professor Mandelbrojt⁴ wrote me that you would welcome the opportunity to settle in the United States. At the time we had hopes for some funds which would permit us to employ a person of your standing. Now these hopes have partly materialized and yesterday I cabled you as follows :

"Offer one year appointment lecturer, research associate University California possibility extension. Salary 3900 dollars plus 750 dollars travel⁵. Arrival necessary before

²sic. His real name is Maurice El-Milick (according to an other letter found in Loève's papers).

³Charles Maurain.

⁴Mandelbrojt, Szolem (1899 - 1983) : originally from Poland, he is a mathematician who migrated to France. He became a French citizen in 1926 and held the Chair of Mathematics and Mecanics at the College de France between 1938 and 1972.

⁵This is a rough estimate of the money value at that time: 3900 dollars were equivalent to 4645 francs (in 1946), that is to say around 356 euros.

September 18th. Wire whether interested. Air mail letter follows."

Your duties would be to teach two courses of three lectures a week each, to conduct a seminar, and to participate in the research conducted in the Laboratory. The seminar meets once a week for about two hours.

One of the courses will be on some subject of pure mathematics, which will be selected in consultation with you, and the other on advanced theory of probability, in which you will be able to talk on your own research. Our academic year begins September 18th, and ends June 19th.

I say that your hopes have materialized partly and not entirely, because the funds we have now are for one year only, and what will happen next year will depend on the next budget of the University which will be voted by the California Legislature some time next year spring. All I can tell you now is that I would appreciate your permanent cooperation here and will do my best to offer you a suitable position. Apart from that I must mention that there is a colossal demand in this country for specialists in mathematical statistics and, partly, in probability. Therefore, if you let yourself be known while you are here, there is little doubt that you will get a permanent job.

Migration from one continent to another is always a little bit of a catastrophe especially of one does not know what to expect. Therefore here are a few bits of information.

1. Furniture is very expensive here and, therefore, there would be some point in your trying to keep what I have seen in your home in Paris.
2. Owing to the great shifts in population there is a difficulty in getting a suitable home. In this respect, however, the University promises some help, and is likely to succeed. It controls a few houses constructed during the war and owned by the Government. They are of temporary construction, but are rented at a reasonable price (\$40 - \$60) and people to live there. If you stay, I have no doubt that you will be able to purchase your home.
3. Should you accept this offer, we shall have to make arrangements for your visa and for transportation. In both instances the University is likely to help you very effectively. At least, up to now its help was very effective in similar cases. Still, the job may require some three weeks and, therefore, you should not delay your answer unnecessarily. As soon as we receive your acceptance, we will approach the Department of State to assist you in getting the visa and also the priority for transportation on a ship.

I am sending a copy of this letter to Professor Mandelbrojt, and hope that he will be kind enough to write to you giving his opinion of the situation.

Hoping to see you soon, and looking forward to the pleasure of cooperating with you,

Very sincerely yours,

J. Neyman, Director
Statistical Laboratory

JN : cwl

Copies to Professor Evans
Professor Mandelbrojt

P.S. May I add a personal item ? Before precipitately leaving the reception at Professor Borel's, I requested Mr. Borel's maid to hand the Professor Darmois a few books. Among them there was an issue of the Revue de l'Inst. Intren. de Statistique, which was loaned to me by Professor Frechet. I hoped that Professor Darmois would notice this issue and hand it to its rightful owner. It appears however, that Mr. Frechet did not get it back and worries what could happened to it. So do I. It is possible that the maid had forgotten to give the books to Professor Darmois. The telephone message for me to come to the airport at once was so urgent that I did not dare to delay my departure by trying to call out Professor Frechet. I wonder whether you could straighten this thing up for me ?

P.S. I have just received information that the shipment of furniture for five rooms would⁶ cost about \$1400 - just trans-ocean. In these circumstances I am not certain it would pay to bring the things. You must inquire there. Professor Mandelbrojt could perhaps give you advice on this matter.

Letter 03: From M. Loève to J. Neyman

Prof. Neyman

Dear Prof. Neyman

Thank you heartily for your offer. I would have answered positively on the spot if a few yours before I had not accepted a lectureship at London University⁷.

Obviously I must keep my word and lecture in London for, at least, some time. But, could you offer be postponed until next year ? I think there will be that no difficulty for me to come. It would be for me a very great pleasure. There is no doubt that my own wish is to work in your department. I am certain I shall find there the most stimulating and agreable atmosphere.

Please let me know your answer. With my best thanks, believe me, dear Professor,

Yours very truly
M. Loeve

Letter 04: From J. Neyman to M. Loève

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

⁶sic. Read "would".

⁷M. Loève accepted the position of "Reader in mathematics" at the University of London. He stayed there until 1948.

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

September 16, 1946

Dr. Michel Loeve
58 rue Lhomond
Paris V^e, France

Dear Dr. Loève :

It was with a great regret that I read your letter informing me that you were not able to accept the appointment in this Laboratory. I note, however, that you may be willing to come over next year.

As I told you, we are uncertain as to the funds which will be available for the year 1947/48. Some time after Christmas we shall know something and then I hope to be able to renew the offer. In the mean time, please let me know of your address and in general what happens to you. I thought that your London appointment would be at the Department of Statistics at the University College. It appears, however, that I was wrong. Where are you going to be at what position ?

I received the offprints of my Note in the C. R. and am very grateful to you for having a bill from the Gauthiers-Villars. Since thus far nothing has happened, I begin to suspect that somebody may have paid it for me. Could you enlighten me as to whom I owe and how much ?

Yours cordially,
J. Neyman

JN : cwl

Ajouté à la main : P.S. Mes compliments à Mme Loève.

Letter 05: From M. Loève to P. Lévy ⁸

M. Loève
15 Brunswick Sq
London W.C.1

Mardi 18 Février 1947
Monsieur le Professeur Paul Lévy

Cher Monsieur,
Je remettais de jour en jour ma lettre car j'espérais pouvoir vous donner des renseignements précis au sujet de l'invitation.

⁸The letters from Loève to Lévy are actually the first drafts of the letters that Loève sent to Lévy.

Le secrétaire du "Statistical Board"⁹, qui est un de mes amis, a proposé à la dernière réunion de vous inviter. Il a été soutenu et le principe est admis. Il reste la question financière : savoir s'il reste assez d'argent pour l'invitation. L'idée d'inviter autrement ne peut être envisagée.

J'attendais pour connaître le résultat mais rien n'est fait encore. Ceci est une caractéristique anglaise : ne jamais se presser. J'espère avoir des nouvelles plus précises d'ici 2 ou 3 semaines. Dès que je saurai quelque chose je me permettrai de vous le faire savoir.

Quant à l'exposé au Séminaire, vous aurez une audience beaucoup plus vaste si c'est un sujet de probabilités.

Je joins à cette lettre la prononciation de l'alphabet grec avec les explications données par un de mes étudiants.

Veillez agréer, cher Monsieur, agréer l'assurance de mes sentiments les meilleurs ainsi que de transmettre à Madame Lévy mes respectueux hommages.

Je me permets de signer :

Votre élève¹⁰
M. Loève

Letter 06: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève
40 Birbeck College
London Univ.
Fetter Lane
E.C.4

Londres ce vendredi¹¹
M. Le Professeur Paul Lévy

Cher Monsieur,

Je me suis mis en rapport avec l'Academic Registrar¹². C'est une sorte de Recteur mais purement administratif. Quelque chose d'intermédiaire entre le Recteur et le Secrétaire de Faculté. Je crois que vos dates conviendraient. On me fera savoir dès qu'il y aura quelque chose de précis. Pour l'instant, les différents Colleges - sections de l'Université vont se livrer une bataille - à qui vous aura.

$X < x$ peut se lire : "capital X less than small x ". En tout cas, je serai à Paris à la fin du mois et serai à votre disposition.

Je dirais : "Additiv stochastic processes" (au lieu de stochastic).

Le séminaire de Birkbeck serait heureux si vous pouviez faire deux exposés : le Mercredi 7 Mai et le Mercredi 14 Mai. Les intégrales stochastiques seraient en effet un sujet qui intéresserait beaucoup de gens. Le second sujet pourrait être aussi bien une suite du premier que tout autre. Tout ce que vous direz sera fécond.

⁹George Barnard (see letter 07).

¹⁰It is worth remembering that Loève began his thesis work "under the supervision" of Fréchet. As Lévy had no university position, he was not allowed to supervise thesis. However, this signature shows that Loève really held Lévy in high esteem.

¹¹Line Loève handed her husband's letters over to Pierre Dugac, who first classified them. Dugac indicated "March 14, 1947", but this letter was probably written one week before, on March 7, 1947.

¹²He is actually the Administration Director at English universities. His task, which is exclusively administrative, can be coupled together with the one of the Chief Secretary of the University.

Quant à l'hôtel je m'en charge. Seule question : préférez-vous près de l'immeuble central de l'Université ou un quartier déterminé ? C'est central.

Veillez, cher Monsieur, transmettre à Madame Lévy mes hommages respectueux et agréer l'assurance de mes sentiments les meilleurs.

M. Loève
40 Birbeck College
London Univ.
Fetter Lane
London E.C.4

P.S. Le centre administratif de l'Université (Senate House) se trouve à Bloomsbury (plus ou moins quartier latin de Londres) W.C.1.

M.L

Letter 07: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève
40 Birbeck College
London Univ.
Fetter Lane
E.C.4

Ce Vendredi 14 Mars
M. le Professeur P. Lévy

Cher Monsieur,

Je vous remercie pour votre intervention auprès de M. Fréchet.

Quant à votre ouvrage¹³, puis-je me permettre d'exprimer mon opinion? Vuibert et Hermann n'impriment pas bien. D'autre part, comme il y a des difficultés d'envoi, votre ouvrage sera peu connu en Angleterre et aux États-Unis. Or le plus grand nombre de ceux que votre ouvrage est susceptible d'intéresser et d'influencer se trouve, avant tout, aux États-Unis. Aussi, je me permets de croire que le mieux, de beaucoup, serait de l'imprimer aux États-Unis. Cela propagera vos travaux beaucoup plus que s'il paraissait en France. Tandis qu'en France on les connaît déjà - et comme vous vous y trouvez, on les suivra naturellement¹⁴.

J'ajoute que je suis persuadé que l'on vous demandera de faire des conférences aux États-Unis. Surtout si votre livre y paraît. Si cela vous intéresse on pourrait commencer à agir. Évidemment si c'était en anglais, il aurait, immédiatement, une expansion infiniment plus rapide.

Le changement de *stochastical* en *stochastic*¹⁵ a été déjà fait, indépendamment de moi, par le secrétaire du Stat. Board. Les Anglais trouvent si naturel que les étrangers ne connaissent pas leur langue qu'ils corrigent sans aucune gêne car aucune idée de jugement

¹³Of course he is talking about the future book [?], which is to be mentioned in a vast majority of the letters. This book is "followed by a Loève's Note".

¹⁴One can notice Loève's strong will to promote Lévy's research works abroad. At Berkeley, he did not rest until Paul Lévy had been recognized in the United States for his research in probability.

¹⁵The word "stochastic" seems to be employed for the first time in 1934. For more information, see [?]. "Stochastic" is the traduction of the corresponding German adjective which was used by Kolmogorov in 1931. Kolmogorov took it from *Ars Conjectandi*, written by Bernoulli.

personnel n'intervient. Aucun étranger n'est sensé connaître l'Anglais. Je dirais même qu'une connaissance parfaite de l'Anglais par un étranger leur paraîtrait une tentative un peu ridicule d'imitation. Ils l'admiraient davantage, peut-être, mais l'estimeraient moins. Aussi, ne craignez, à aucun moment, un jugement à cause de votre anglais.

Quant à l'hôtel, j'attends que l'on ait fixé la partie de l'Université où vous ferez vos conférences. Nous sommes trois à organiser le tout. D^e David (une femme) de l'University College, M. Barnard, secrétaire du Stat. Board (qui vous écrit au sujet des arrangements et des conférences) de l'Imperial College. Ce sont de vrais Anglais, dévoués et des vrais amis. Et efficaces, à leur manière - tranquillement. Et nous avons pour votre œuvre l'admiration qu'elle mérite.

Veillez, cher Monsieur, transmettre à Madame Lévy mes respectueux hommages et recevez l'expression de mes sentiments les meilleurs.

M. Loève

P.S. Je crois que l'on peut s'arranger pour éviter toute perte de temps inutile pour l'Amérique et, en particulier, envoyer les épreuves par avion - 24 heures - avec l'aide de ma femme. Je serai à Paris Samedi soir 29 Mars et vous téléphonerais¹⁶ Lundi matin pour me mettre à votre disposition.

M.L.

Letter 08: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève
58 rue Lhomond
Paris 5^e

Paris, le 4 Avril 1947
M. Le Professeur P. Lévy

Cher Monsieur,

Comme je vous l'avais dit, Fortet m'avait écrit une lettre d'explication et d'excuses¹⁷. J'ai écrit une réponse que j'ai montrée aujourd'hui à BIP.¹⁸ qui est venu me voir. Une mise au point était vraiment nécessaire. Je me permets de vous donner ci-dessous un passage de ma réponse à Fortet car je crains qu'à force de demi-vérités BIP et F. n'aient complètement travesti les faits même pour vous. D'autant plus que BIP., pour éviter, je suppose, d'autres embêtements, m'a sorti aujourd'hui qu'il avait parlé au Séminaire de Broglie et donné mon malheureux théorème¹⁹ sans citer personne - donc automatiquement attribué à lui par les auditeurs. Voici donc le passage de ma réponse à F. :

"En lisant votre lettre je suis conduit à penser qu'il serait bon de préciser ce qui concerne la décomposition des f. a. st. de sec. ordre²⁰.

Je l'ai donnée dans ma notice au C. R. du 19 Mars 1945²¹ comme cas particulier de

¹⁶sic.

¹⁷About the quarrel between Loève, Cramér and Blanc-Lapierre (among others): they disputed the priority of the theorem which is mentioned in the following letters.

¹⁸Blanc-Lapierre, André.

¹⁹The theorem which lead to the quarrel. It can be found on page 123 of Lévy's book [?]. This theorem characterized second order random functions which are continuous in quadratic mean and stationary.

²⁰Abbreviation for: "Fonctions aléatoires stationnaires de second ordre", that is to say "second order stationary random functions".

²¹[?]

l'analyse harmonique des f. a. générales de sec. ordre. J'y ai insisté sur le fait que cette décomp. caractérisait la stat²².

Cramér a énoncé ce résultat en Avril 1946 (soit un an après) à sa dernière conférence²³. Auparavant il avait eu en mains mes notes au C.R. et les avaient lues puisqu'il m'en a parlé avant sa conférence. Il est certain qu'il avait obtenu ce résultat indépendamment mais il ne l'a pas publié.

Je ne sais quels sont "les deux ou trois autres qu'on connaît maintenant"* dont vous parlez dans votre lettre (et serais bien content de le savoir) mais jusqu'à preuve du contraire, je crois avoir été le premier (et même le seul) à publier ce résultat. Vous admettez que c'est le seul argument valable et, si vous vous reportez à la note, vous constaterez que l'énoncé ne prête à aucune équivoque et ne nécessite aucune interprétation. Ce résultat constitue également une dem. du th. de Stone²⁴. Mais il s'agit essentiellement des f. a. st. et il en diffère au moins comme le th. de Khintchine diffère de celui de Bochner²⁵. Bien plus, contrairement à celui de Kh., il ne se présente pas comme une appréciation immédiate d'un th. connu. Enfin, comme vous avez dû le voir dans la Rev. Sc.²⁶, cette décomp. est une conséquence immédiate d'une loi des G.N. que j'établis auparavant et que je considère comme bp plus importante : le th. contient comme cas très particulier le th. quasi-ergodique de von Neumann dont l'importance n'est pas à souligner."

J'ai cru bon, cher Monsieur, de vous mettre au ct car je crains qu'à force 1° de nommer M. X et M. Y qui auraient obtenu le th. - sans qu'il n'y ait aucune publication à l'appui 2° d'oublier l'auteur dans les exposés qu'ils font, BIP et Fortet ne vous aient induit à penser qu'ils avaient raison. Je ne comprends pas leur acharnement à vouloir me dépouiller de ce malheureux résultat mais j'espère qu'après la mise au pt dans la lettre à Fortet et celle d'aujourd'hui avec BIP., la question sera réglée définitivement. Je n'ai aucune animosité envers eux, mais cette sorte de mauvaise foi nécessite une défense. Et ne les grandit aucunement. J'ai vu M. Mandelbrojt. Il demande que vous vouliez bien grouper 1° votre exposé 2° celui de BIP 3° le mien, en une matinée (durant le Congrès²⁷) - total environ 2 heures suivi de discussion. Je puis remettre mon résumé jusqu'au 15 - 20 Avril. M. Mandelbrojt n'a reçu jusqu'ici que 5 communications.

J'espère que vous passez des bonnes vacances et serais très heureux d'apprendre la date de votre retour à Paris.

Veuillez agréer, cher Monsieur, l'assurance des mes sentiments les meilleurs et transmettre à M^{me} Lévy l'expression de mes hommages respectueux.

²²Abbreviation for: "Stationnarité". The note which was published in CRAS on March 19, 1945, was copied by Paul Lévy in his book *Processus stochastiques et mouvement brownien* [?]. The result they talked about is the theorem 14, page 413 (of the same book).

²³Cramér gave many lectures in Paris in spring 1946, as he told: "In Paris I was to give a series of five lectures, two on statistical estimation and three on stationary processes, in the spring of 1946." (H. Cramér, *Half a Century with Probability Theory: Some Personal Recollections* [?])

²⁴It was a theorem about the groups of unitary operators in a Hilbert space (M. H. Stone, On one parameter unitary groups in Hilbert space, *Annals of Mathematics*, t. 33, 1932, p. 643-648).

²⁵See in [?], p. 221

A. BOCHNER'S THEOREM. A function g on \mathbb{R} is nonnegative-definite and continuous if, and only if, it is a ch. f.

and in [?], p. 410

KHINTCHINE. La classe des corrélations stationnaires continues coïncide avec celle des fonctions caractéristiques.

²⁶[?] and [?]

²⁷For the colloquium of harmonic analysis, in Nancy, June 1947. See *Colloque d'Analyse Harmonique Nancy, 15-22 Juin 1947*, Centre National de la Recherche Scientifique, 1949.

M. Loève

[*Note de bas de page* : * BIP. me dit aujourd'hui qu'il s'agit 1° de Doob qui en réponse à une lettre lui a écrit qu'il possédait ce résultat (mais ne l'a jamais publié - Doob a d'ailleurs donné avant une analyse de ma note au Math. Reviews où il ne dit rien de cela. 2° de Moyal qui lui aurait dit (à BIP) en Juin 1946 qu'il avait ce résultat (mais ne l'a jamais publié). Conclusion : toutes les tentatives de BIP. et F. de transformer mon résultat et rés. collectif n'ont aucune valeur. Ce que disent les gens n'est pas une preuve. Et ils le disent après avoir eu connaissance du résultat publié.]

Letter 09: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève
8 rue Lhomond
Paris 5^e

Paris, le 7 Avril 1947
M. Le Professeur P. Lévy

Cher Monsieur,

Vous avez parfaitement raison. Mon émotion a été exaspérée et je suis décidé à ne plus y penser. Voici les précisions demandées :

1° Cramér. Le mémoire dont il s'agit (qu'il m'a envoyé) est paru en 1942 dans *Arkiv für Matematik*²⁸. Il y est arrivé près du résultat. Voici l'énoncé qui y figure : "Theorem. Let $P(S)$ be a measure attached to a stationary and continuous distribution in S . It is then possible to find a transformation $T(f) = F$ by which to every element $f(t)$ of S corresponds another uniquely defined element $F(t)$ of the same space, so that the following properties hold:

I) If N is any net efficient with respect to $P(S)$ then almost all function $f(t)$ satisfy the relation

$$(\beta) \quad f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx} d^{(N)} F(x)$$

for almost all real t .

II) For any real numbers $a < b$ which are continuity points of $\Phi(x)$, we have

$$\Phi(b) - \Phi(a) = \int_S |F(b) - F(a)|^2 dP \quad "$$

- (α) La fonction $\Phi(x)$ et la distr. stat²⁹. et continue sont définies ailleurs par les relations

$$\int_S f(t_0) dP = K \quad \int_S f(t_0 + t) \overline{f(t_0)} dP = \varphi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx} d\Phi(x)$$

en supposant $\varphi(t)$ continue

²⁸[?]

²⁹Abbreviation for: Distribution stationnaire.

- (β) L'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx} d^{(N)}F(x)$ est définie comme limite des sommes

$$\sum_{r=1}^{\kappa_n-1} e^{it\alpha_r^{(n)}} [F(\alpha_{r+1}^{(n)}) - F(\alpha_r^{(n)})]$$

sur la suite N de divisions (chacune à nb de pts de divis. fini)

$$\alpha_1^{(n)} < \alpha_2^{(n)} < \dots < \alpha_{\kappa_n}^{(n)}$$

avec $\alpha_1^{(n)} \rightarrow -\infty$, $\alpha_{\kappa_n}^{(n)} \rightarrow +\infty$, $\delta_n = \max|\alpha_{r+1}^{(n)} - \alpha_r^{(n)}| \rightarrow 0$ avec $n \rightarrow +\infty$

- (γ) N est dite efficiente par rapport à $P(S)$ si i) chaque $\alpha_r^{(n)}$ est un pt de continuité de $\Phi(x)$ ii) les 3 séries $\sum[\Phi(\alpha_1^{(n)}) - \Phi(-\infty)]$, $\sum_n[\Phi(\infty) - \Phi(\alpha_{\kappa_n}^{(n)})]$, $\sum \delta_n^2$ sont convergentes.

Malgré la complexité du théorème, l'usage d'une intégration spéciale qui n'est pas en m. q.³⁰, le fait que les accroissements orthogonaux n'apparaissent pas et la démonstration, dont seules les grandes lignes sont indiquées, qui semble fort compliquée³¹. Il n'y a pas de doute que ce théorème peut-être transformé en le mien. D'ailleurs Cramér dit que l'objet de son mémoire lié aux proc. stat. que ce n'est qu'une note préliminaire et qu'il réserve les appl. à la th. des prob. "for a later publication". Celle-ci n'est pas parue depuis 1942 jusqu'à présent.

En tout cas on peut dire qu'à peu de choses près Cramér est arrivé au stade où il aurait pu énoncer mon théorème. D'ailleurs je l'ai signalé dans une note aux C.R. parue après sa visite. Donc la situation est nette. Que je l'ai obtenu comme cas particulier de résultats plus généraux et sans savoir que Cramér travaillait la-dessus est aussi évident.

[*Dans la marge* : Cramér m'avait envoyé également un mémoire des Annals of Maths 1940³² où il considère des f.a. st. à valeurs complexes - donc le premier à le faire. Par contre je n'ai rien des Annals de 1943 et BIP ne m'en avait jamais parlé. Ne s'agirait-il pas de celui de 1940 ? Ou bien celui d'Arkiv qu'il cite comme étant de 1943 alors qu'il est de 1942 ?]

2° Kolmogoroff. Première nouvelle ! Même BIP ne m'en avait rien dit. Le seul mémoire que je connaisse est un mémoire du Bulletin de l'Ac. des Sc. de l'URSS 1941, que j'ai lu l'an dernier et qui développe une note de Kolm. aux C.R. de Paris de 1939 ? sur l'interpolation et l'extrapolation des suites aléatoires stationnaires. Il s'agit de la meilleure approxim. quadratique de $x(t+m)$ par $a_1x(t-1) + \dots + a_nx(t-n)$ où $x(t)$ est une f.a. réelle, stat. de second ordre. C'est très intéressant, renvoie constamment à un travail qu'il a publié avant, et qui ne porte pas sur les probab. - travail dans le Bulletin de l'Univ. d'Etat de Moscou 1940 ou 1941 - que je n'ai pu trouver nulle part, mais ne semble rien avoir à faire avec la question qui nous intéresse d'après l'analyse que j'en ai vue. En tout cas ce mémoire n'est pas de 1943 et je n'ai vu nulle part - ni dans les périodiques russes, ni dans Mathematical Reviews - aucune indication au sujet d'un mémoire portant

³⁰Abbreviation for: Moyenne quadratique.

³¹P. Lévy answered these three arguments in letter 27.

³²On the theory of stationary random processes, *Annals of mathematics*, t. 41, 1940, p. 215-230

sur la question actuelle³³. Le plus simple serait d'avoir la référence bibliographique mais, comme vous le savez, je préfère éviter d'écrire à M. Fréchet.³⁴

3. Fortet Je m'appuie en effet sur le th. de Khintchine - "forme intégrale de $\varphi(t)$ ". Si Fortet prouve du coup les deux, c'est très intéressant. J'ai dû paraître surpris car dans le résumé de son exposé que j'avais reçu rien ne semblait l'indiquer.

4. BIP J'ai été extrêmement surpris que BIP m'ait "oublié" au séminaire de Broglie. Il a d'ailleurs "oublié" aussi Cramér. Mais c'est lui même qui me l'a dit. Fortet lui, dans sa lettre, m'écrivait qu'il était persuadé que BIP ds son exposé au sémin. Fréchet avait fait toutes les citations d'auteurs et c'est pour ça qu'il n'en avait pas fait.

Je crois qu'il n'y a plus lieu que je vienne vous embêter avec tous ces détails oiseux qui n'ont rien à voir avec la science et, tout en vous étant extrêmement reconnaissant, je suis désolé vraiment de vous avoir ennuyé une fois de plus avec ces bêtises. J'espère que vous voudrez bien m'en excuser. Quant à moi je suis décidé à ne plus y penser et laisser faire le temps.

Veillez croire, cher Monsieur, avec mes remerciements, à mes sentiments les meilleurs.
M. Loève

Letter 10: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève
58 rue Lhomond
Paris 5^e

Paris, le 13 Avril 1947

Cher Monsieur,

J'ai été désolé à l'idée que le splendide gâteau aurait pu parvenir à Nancy³⁵, si nous ne l'avions dévoré auparavant.

L'Institut H. P. ouvre demain matin (je le suppose). Je vais donc relever les travaux de Douglas, Courant et Morse depuis 1930, regarder les analyses et commencer la comparaison avec votre manuscrit que j'irai chercher à l'Ecole Polytechnique, en espérant qu'il y aura quelqu'un. Je serai à l'I.H.P. Mardi vers 10h. comme vous le désirez et je ne serais pas le moins du monde surpris si aucun de vos résultats n'avait été trouvé par les Américains.

Je reçois un article (de Doob) à analyser pour Math. Reviews de 15 pages³⁶, mais dans l'enveloppe il n'y a que les 2 feuilles du début. Il faudra que je découvre la revue quelque part. Les Américains seraient trop heureux de vous avoir et Feller³⁷ sait - lui qui

³³Kolmogorov published two reports in 1941, but nothing in 1943 :

- Kolmogorov, A. N. Stationary sequences in Hilbert space. *Bull. Moskva Univ.* 2, No. 6, 1941.
- Kolmogorov, A. N. Interpolation and extrapolation of stationary random sequences. *Izv. Akad. Nauk SSSR*, 5:3-14, 1941.

³⁴Maurice Fréchet wrote letters to lots of mathematicians through Europe. Hence, he was one of the most capable of finding the references that Loève looked for.

³⁵A strange section.

³⁶T. L. Doob, Probability in function space, *Bulletin American Mathematical Society*, 1947, t. 53, p. 15-30.

³⁷William Feller was a Serbo-Croat mathematician, who studied in Göttingen under Courant. He became, together with J.L. Doob et Mark Kac, one of the greatest probabilists of the United States.

a utilisé votre méthode des fonct. caract³⁸. jusqu'à l'extrême - ce que le C. de P.³⁹ vous doit.

Veillez agréer, cher Monsieur, l'expression de mes meilleurs sentiments.

M. Loève

Lettre 11: From M.Loève to P. Lévy

M. Loève
Birkbeck College
Univ. of London
Fetter lane
E.C.4

London, le 29 Mai 1947
M. Le Professeur Paul Lévy

Cher Monsieur,

Il y a 3 ouvrages de E.C. Stoner et les trois titres commencent par "Magnetism" :

- Magnetism 3^{ème} ed. 1946⁴⁰
- " and Mateer 1934⁴¹
- " and Atomic Structur 1926⁴²

Les 2 derniers sont épuisés et, d'après les gens "out of date". Le premier est un petit livre de 136 p. dans "Methuen's Monographs on physical subject". C'est par le plus grand des hasards et en faisant usage de tout mon "charme masculin" - si j'ose m'exprimer ainsi, qu'à force de sourires, j'ai pu finalement obtenir le premier. Si votre gendre⁴³ ne le veut pas je puis le rendre. Le prix est 5 schillings.

Vous avez laissé ici le souvenir d'un grand mathématicien et d'un homme charmant⁴⁴. Comme disent les Anglais vous aviez été un succès.

Pauvre Barnard ! Le vice-président du Statistical Board a pensé, un peu tard (après votre départ), que l'Univ. de Londres aurait dû vous inviter à un dîner officiel. Comme Barnard est très distrait, il a simplement oublié d'avertir ce vice-président de votre arrivée. Le voilà avec un ennemi sur les bras.

J'espère qu'on se rendra compte un jour, en France, du retentissement de vos travaux à l'étranger ou, plus exactement, que l'on donnera une sanction officielle à ces travaux. Il est possible que je puisse faire venir Laurent Schwartz à Londres pour 2 ou 3 jours pour donner 2 conférences pour Birckbeck (15£ si possible). Est-ce qu'il peut les donner en anglais ? Dans ce cas je tâcherai d'avoir une proposition précise à lui faire à Nancy⁴⁵.

Mes respectueux hommages à M^{me} Lévy et à vous même l'expression de mes sentiments les meilleurs.

M. Loève

³⁸Abbreviation for: Fonctions caractéristiques.

³⁹Abbreviation for: Calcul des Probabilités.

⁴⁰E.C. Stoner, *Magnetism*, Methuen, 1946.

⁴¹E.C. Stoner, *Magnetism and Mateer*, Methuen, 1934.

⁴²E. C. Stoner, *Magnetism ans Atomic Structur*, Methuen, 1926.

⁴³Laurent Schwartz, whose interest for physics is probably related to the development of the distributions' theory.

⁴⁴The trip mentioned in previous letters eventually happened.

⁴⁵He went in Nancy for the colloquium which is mentioned above.

Letter 12: From J. Neyman to M. Loève

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

May 13, 1947

Dr. Michel Loeve
24 Highgate West Hill
London N. 6
England

Dear Dr. Loève :

This is to reopen the question of your joining the staff of this Laboratory on which we corresponded some time last year. Following the information of your having accepted the position at the University of London, I have requested that this University offer you an appointment with a rank of a professor. Decisions on such appointments take quite some time, and at this moment I am authorized to offer you an Acting Associate Professorship for a trial period of two years, with a salary of \$4800 per annum⁴⁶.

I must explain that Associate Professorships and full Professorships are positions with tenure. To an Acting Associate Professorship the tenure applies to the period of time specified in the appointment.

As you know, Dr. F. N. David⁴⁷ of University College spent several weeks with us last summer. On this occasion she learned me to know our University and general conditions of life here. If you care to talk to her, I am sure she will be able to give you detailed and reliable information on many things which may be of interest of you. Needless to say, I shall be glad to answer such questions as you may wish to ask.

Hoping that you will be able to accept the present offer, and looking forward to the pleasure of collaborating with you,

Cordially,
J. Neyman

JN : cwl

⁴⁶One can notice that Neyman proposed an increased salary.

⁴⁷David, Florence Nightingale (1909 - 1993) began her research carrier in the field of statistics at the University College of London. From 1948, she regularly went in Berkeley, then she joined the Statistics Department of Neyman in 1970. She stayed there until her carrier ended.

Letter 13: From J. Neyman to M. Loève

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

June 27, 1947

Dr. Michel Loeve
c/o Department of Statistics
University College
London W. C. 1

Dear Dr. Loève :

Enclosed is my letter sent to you on May 13th, and returned to me right now with the imprint "unknown". This is, then, my second attempt to offer you the position in this Laboratory.

The terms stated in my earlier letter are those authorized by the University authorities. Should you find them inadequate, if you are interested in the position at all, please write frankly and I will see what can be done.

I understand that you have accepted a temporary position at Columbian⁴⁸. It is an excellent University, and I enjoyed my stay during the winter semester of last year. I hope, however, that in the end you will land in California, and that I shall have the pleasure of cooperating with you.

Hoping to hear from you before very long,
Yours sincerely,
J. Neyman

JN : cwl
Enc

Ajouté à la main : P.S. Mes compliments à Madame.

Letter 14: From J. Neyman to M. Loève

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

⁴⁸He stayed at Columbian only a few months, as "Visiting Professor".

October 15, 1947

Professor Michel Loeve
58 rue Lhomond
Paris V^e, France

Dear Dr. Loève :

This is still another attempt to bring you over. I have just obtained authorization to offer you a full professorship at \$6,600 per annum. We all hope very much that you will be able to accept.

Your appointment would be as of July 1, 1948. I have already written about the teaching load, etc. Now, I only have to add that full professorship means position with tenure. Please let us know how you feel about the whole matter.

Following your suggestion, I have inquired about the Summer Session and obtained authorization to invite you. The full teaching load includes ten hours of lectures or other class work given from Monday through Friday. It may be possible to arrange that some of this load would be a seminar. However, the plans are not yet definite in this respect. The subject of your lectures is entirely up to your choice, but we expect it to be on a high level, including your own results. I presume that this would be stochastic processes⁴⁹.

There are two summer sessions of six weeks each. It is uncertain yet whether the statistical program will be during the first or during the second session. I will let you know just as soon as the question is settled.

I regret that the amount of the salaries for Summer Session is not settled. However, I think it is safe to assume that it will be 15 percent of the \$6,600 offered you as a permanent compensation, plus an allowance for travelling expenses. I think that we may discuss the matter of your participation on this basis.

The amount allowed for travel expenses depends on the circumstances. Should you just come for the Summer Session and then return or should the circumstances require your return to New York after the Summer Session even though you would accept the permanent position, it is my understanding that your Summer Session travel grant would be \$320.

As far as moving expenses are concerned in case you accept the professorship, ordinarily the University would cover onehalf of your total expenditures. However, this is a recent regulation and I am not yet certain whether or not it will be literally applied to professors coming from abroad.

There is one point more to be added concerning your proposed salary of \$6,600. This is counted on the nine-months basis. Thus, the remaining three months of the year would be free to do what you please and, perhaps, earn some more by teaching at the Summer Session. This coming year this would be certainly the most advantageous arrangement. However, since the Summer Session is strenuous, we may consider an alternative arrangement for the future. This consists in being appointed Professor and Research Associate in

⁴⁹M. Loève published lots of results on the second order random functions.

the Laboratory on the elevenmonths basis with an additional \$600 in your annual salary. With this arrangement you would be expected to spend in Berkeley two of the summer months doing research in or about the Laboratory.

I regret that there are so many indefinite points in this letter. The reason is that, following the retirement of our Provost, we are in a period of some reorganization and it is not exactly known who, apart from the President of the University, has the authority to settle this or that question. On the other hand, there being some 40,000 students in the University and some 12,000 persons on its staff, the President is quite busy and is not easily accessible, so many questions postponed. On the other hand, time is going fast and, having obtained some definite answers to my requests, I feel that I should not delay writing to you. I console myself that, at least, the repeated attempts to get you over must have convinced you by now that I do want you to be here and to feel comfortable. I may assure you that many of my colleagues here, including Professor G. C. Evans, Chairman of the Department, join me in very friendly feelings.

Hoping to hear from you without delay,
Yours cordially,
J. Neyman

JN : pc

Ajouté à la main :

Dear Professor Loève :
I sincerely hope that you will be able to come.

Cordially yours,
Griffith C. Evans

Letter 15: From M. Loève to J. Neyman

BIRBECK COLLEGE
(UNIVERSITY OF LONDON)
E. C. 4
HOLBORN 5555

London, November 2nd, 1947

Dear Professor Neyman,

Thank you for your so kind and friendly letters and, please, thank Pr Evans for his affable post-scriptum in the last one.

I am almost certain - as you know a probabilist cannot be certain - I shall be in Berkeley in the best possible atmosphere, in contact with you, and other members of the Dpt, and this is the main reason for my deep interest in your proposal of a permanent position there. As regards the Summer session two question arise.

1. Could the teaching load of ten hours be divided into a small number of sittings ? If all my lectures were to be delivered on one subject to a same audience an arrangement could be perhaps found. If not there will be no difficulty.

I like very much your idea of lectures on a high level. Here are various subjects to choose one or more amongst :

- a/ Finite fields of probability fields
Rigorous axiomatical treatment of this "elementary" case ; novel results.
- b/ The Central Problem
Limit laws of sums of independant random variables ; infinitely divisible laws, consequences for the normal and large numbers tendencies, domains of attraction,...
- c/ Limit processes
Limits in law, in probability, in square mean, almost-certain limits ; classification, results - including new ones.
- d/ Stochastic processes (I prefer personally "random functions")
- e/ Asymptotic conditions for the classical results
Extension of the domain of validity of classical results to the case of linked random variables.

2. If the summer session in Statistics were the second one I simply would not be able to wait till then as I am not settled in States and therefore my expenses are those of a tourist - without dollars. My wife comes with me and I understand what the Columbia University will pay will be scarcely sufficient, once the income tax off, for the travel and living expenses during my stay in New York.

On the other hand, ~~even if it were the first summer session~~, the 15 % of \$6600 do not represent the ratio between the [*Ajouté entre deux lignes* : work done during the] academic year of 9 months and the work asked for the summer session. As complementary to one's earnings it may be sufficient, but independently it seems rather insufficient.

May I also know if \$320 will cover my wife's and mine travel expenses from New-York and return (if eventually).

As regards the ~~precise and~~ permanent position may I know

1. what the precise meaning of "tenure" is as compared with London where a Readerships and Professorships are also called "permanent".
2. what the teaching load and professional obligations would be ?

If we assure to an agreement I would very much like to give, from time to time, lectures in Pure maths on a high level, as well as in Mechanics and, obviously, in Physical statistics - classical and quantum. Would it be possible ?

I am sorry to bother you with all these questions but I feel you are the very man not only to understand ~~them~~ my point of view but also to support it.

Thank you, and Pr Evans, for your letter.

Sincerely yours,
M. Loeve

Letter 16: From J. Neyman to M. Loève

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

November 21, 1947

Professor Michel Loeve
Birbeck College
University of London
E. C. 4
London, ENGLAND

Dear Doctor Loève :

Thanks for your letter of November 3rd. By now many of the uncertainties concerning our offer to you have been cleared and the purpose of the present is to inform you and to urge you to come to Berkeley. Since it is necessary for us to make definite plans for the future, it will be impossible for us to wait for your decision until you arrive in the States. In fact, if you wish to accept the position, I must request your definite reply before the end of this month, by letter or by wire.

The offer appears to be essentially as I have written to you on October 15th. Your title would be Professor and Research Associate in the Statistical Laboratory. Your duties would include teaching six hours a week, participating in the seminar and research in the Laboratory. The subject of the latter would be of your choice. However, you will be expected to participate in the direction of the work of younger people in the Laboratory.

Your salary would be either \$6600 p.a. or \$7200 p.a. according as to whether you choose have a three months or a one month vacation. For the coming year, it would be more advantageous to take \$6600 because the work on Summer Session would bring more.

Essentially you would be expected to teach advanced courses in the theory of probability. However, your offer to lecture on pure mathematics or on statistical mechanics is welcome.

The travel allowance would cover 50 per cent of your actual expenses on moving with your family to Berkeley. Ordinarily the University reimburse the new member on receiving bills already paid by him. If you have cash on hand, this would be the easiest way in your own case. If not, then please write or wire and I will see what can be arranged. I am afraid, however, that the best arrangement attainable would be to obtain some advance on the removal of your furniture when you and Mrs. Loève are already here.

Your appointment would be as from July 1st, with the first check coming on July 31st. The Summer Session salary is usually paid in two installments, after three and after six weeks.

You are likely to be interested in the life in the Laboratory. Miss David will be able to inform you on this point better than I could in a brief letter. On the other hand, I shall have to do the explaining about the Summer Session because the one you are invited to participate in is certainly different from the one which saw Miss David.

Next year's Summer Session will be similar to the last, the program of which is enclosed. It is meant for people either very close to their Ph. D. degrees or for those who already have their degree. Therefore the level of instruction may be just as high as the instructor desires.

Now we have the ruling of the number of lectures, etc. There will be one lecture per day to give Monday through Friday. Apart from that you would be expected to participate in the seminar and guide research work of the students, thus covering an equivalent of 10 lectures per week.

Last year, our Summer Session was a considerable success and we had students from all parts of the States and also a few Canadians. However, the organization of the seminar course was a mistake. Rather than to listen to other people, the students would prefer to present their own results and to listen to criticisms and suggestions.

Last year our announcements went out quite late. Now we hope to send them out early and this is one of the reasons why we want your reply immediately.

Apart from you, we expect Dr. Wald⁵⁰ to be our Summer Session professor. He has already accepted the offer and to complete the plans we must hear from you.

What probabilistic⁵¹ subjects to discuss in your course is entirely your choice. Should you accept, please let me know the title you will wish to give and also some four or five lines of description of the course to be printed in the announcements.

Your compensation for the Summer Session would be just as I wrote before, \$990. Unfortunately, the travel allowance is less than I wrote, namely \$275 instead of \$320 which was allowed last year. This travel allowance would be of interest to you only if you accept the Summer Session offer and not that of a permanent position. In the latter case, the 50 per cent limit of total expenses would apply.

The cost of travel depends enormously on how you travel. The cheapest way is to travel by car. With a reasonable good car you may spend about \$100 all told, more or less independently of the number of people traveling. By train, a first class one-way ticket with sleeper costs around \$200. Finally a one way plane ticket cost⁵² \$143.65. A round trip costs double.

Should you decide to come, I would advise you to make an effort to buy a car in New York and drive over. The driving is easy to buy a car in New York and drive over. The driving is easy whether you now know how to drive or not. You will need a car here – life

⁵⁰Wald, Abraham (1902 - 1950) was a Jewish statistician who came from Hungary. He settled in the US in 1938 in order to escape from the Nazis. He was a teacher at Columbia University until his death (caused by a tragic plane fall).

⁵¹sic.

⁵²sic.

is so arranged – and in the East cars cost about \$200 less than here. It is worth while to buy a new car not a used one. The least expensive car is a Crosley – a small one, which would carry all your family but not much luggage in addition. Your belongings would have to go by train. A Crosley costs about \$1000. It is most economical. The next on the price list are Fords, Chevrolets, and Plymouths. They cost about \$1500. Right now new cars are still difficult to get but the situation is improving rapidly.

Let me conclude on a personal note. Mandelbrojt told me that you are a citizen of Egypt and for this reason could not get a permanent position in France. On the other hand, I saw your family is French.

From what I saw I judge that your position in this world is somewhat similar to my own. You may not know it but for quite a few years I was what may be called a professional foreigner. I felt foreign in Russia. Then, unexpectedly, I felt foreign in Poland and this continued when I moved to England. I like England and admire the people, especially after seeing them during the war. However, there are sancta sanctorum of the English society which are just closed to outsiders. In this connection I wish to tell you that, within a year or so after my arrival in Berkeley, I stopped feeling foreign. Moreover, I am confident that the same will happen to you.

Another personal point. Our first offer to you, \$4800 p.a., was made against my advice. I had to transmit it but I thought it was too low. On the contrary, I feel that the present offer is reasonable and, unless you already have a better one, I urge you to accept.

Yours cordially,
J. Neyman

JN : ef

P.S. I have consulted the Dean of the College of Letters and Science about the possibility of an advance for travel and found him optimistic.

J.N.

Letter 17: From M. Fréchet to M. Loève

Columbia University
in the City of New York

[NEW YORK 27. N. Y.]

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL STATISTICS

24 Nov. 47

Mon cher ami,

Le Profes Neyman me demande de vous écrire au sujet de l'offre qu'il vous a faite de vous faire nommer Full Prof. à Berkeley avec un traitement de 6.600 doll (qui peut être augmenté en restant un mois de plus à Berk. pendant les vacances).

Il ajoute que son offre a pour but de faire venir ici un représentant qualifié de l'école française. C'est là un argument qui ne peut manquer de me toucher et je serais heureux si vous pouviez venir ici faire connaître nos travaux. Je crois d'autre part que vous jouiriez ici d'un climat beaucoup plus agréable que [dans] le reste des Etats Unis ou plus exactement dans l'Est ou le Centre. Ce n'est pas à dire que vous trouviez ici le climat de ce paradis qu'était ** en hiver. Mais s'il y fait un peu plus froid le soir, ce n'est pas un froid glacial : il n'y a généralement pas de neige pendant l'hiver. Et l'été il fait, d'après ce qu'on me dit, infiniment meilleur qu'en Egypte à pareille époque et même qu'à Paris.

Le campus est au milieu des arbres, eucalyptus et palmiers aussi bien que chênes. Et la baie est magnifique.

Enfin, j'ai éprouvé que Neyman est entièrement obligeant. Il l'a été pour moi et j'ai vu qu'il l'est aussi pour ses collègues.

Je crains seulement que vous vous trouviez trop bien ici et que vous hésitiez plus tard, quand, cinq ans après la naturalisation française, vous auriez le droit de vous faire nommer dans une université française⁵³ et où vous devriez vous contenter d'abord pendant 2 ou 3 ans d'être m. de conf.

M. Evans⁵⁴ le chef du dép de math. - qui a vécu un an en France avec sa famille, est aussi très bien disposé et m'a proposé de revenir. J'ai déjà d'autres engagements pour l'hiver prochain. Mais il n'est pas impossible que j'accepte pour l'hiver suivant.

Bien à vous,
M. Fréchet

Stat. Labor.
Uni of Cal.
Berkeley 4 Cal

Letter 18: From M. Loève to J. Neyman

BIRBECK COLLEGE
(UNIVERSITY OF LONDON)
E. C. 4
HOLBORN 5555

London, 27th November 1947

Professor Neyman
Director of the Statistical Laboratory
California University Berk.

Dear Professor Neyman,

Thank you for your letter and wire. For my lectures in the Summer Term I propose two possibilities alternatives. Please decide as you know better what would be more suitable :

⁵³M. Loève never managed to obtain the French nationality and stayed in the United States.

⁵⁴Griffith C. Evans, the Chairman of the Statistics Department.

Either Stochastic functions : 5 lectures per week
or Stochastic functions : 3 " "
and
Finite sets of random events : 2 lect. "

Summaries :

Stochastic functions : generalities. The second order stochastic functions and the covariance function. Differential properties ; stochastic curves. Integral properties ; laws of large numbers ; harmonic analysis. The stationary case ; applications to physics.

Finite sets of stochastic events

Axiomatics. Composite events and complete frames. General method for equalities and inequalities ; classical and novel results.

As regards the permanent position first of all let me thank you personally for your kind insistence. I accept the offer with thanks but under one restriction, I think minor one : I expect the University to do now what she offered [*Ajouté entre les deux lignes* : already] in the very first offer : to pay the family travel Europe-Berkeley (\$750) and to find an accommodation for us (I learned, here in London, what not to have a home to ourselves meant).

On the other hand, in France actually one knows what one sends but not what arrives, if it arrives. Besides the prices of packing and all prices in general are so inflated when expressed in \$ or £ with the fixed rate of change that the expenses for bringing the furniture out of France would be very high. Therefore we feel strongly the best would be to leave the furniture and to ask the University an a priori indemnity of removal. It would enable us to ~~get~~ buy essential furniture in the States.

I feel you will entirely realize the practical importance of these "terre-à-terre" requests, especially for my wife who ~~in fact~~ will have to deal with the heavy and tiresome burden of the material arrangements and why I must insist so much upon these details.

I really think there will be no difficulties for the University to accept these, objectively very minor, but fundamental for us, requests.

Thank you very much for the psychological information. I know but too well what to feel foreign in every country means. It was one of the main reason why I wanted to take any decision when in the States.

I learned that if I want to be free next year I must resign here before the end of April But I cannot do it if I am not certain I can stay in the States. Because, next year, when applying in October for the renewal of my Egyptian passeport, I shall have plenty of trouble (new complications created especially, by the Egyptian Government, for the Jews) and then, without an authorized residence here, I shall become a displayed person that ~~nobody~~ country accepts.

Therefore [*Ajouté entre les deux lignes* : instead of taking a Visitor's visa] I am applying now for an immigration visa under the non-quota preference for Professor. The American Consulate people here are very helpful. But, given the time ~~for me~~ to get the necessary papers [*Ajouté entre les deux lignes* : from Egypt], we shall have 5 weeks [*Ajouté entre les deux lignes* : only] (including Christmas and New Year holidays) to get throughout the formalities. I was told that the University may help to accelerate the

formalities especially in ~~the States~~ Washington.

To sum up there are minor requests I think so natural that the University cannot refuse them and the request for help to get an immigration visa before sailing in order that I could resign here in time. I am really sorry to bother you with [*Ajouté entre les deux lignes* : my] personal difficulties but I feel you will realize them and help me to get their solution from the University.

[*Partie entièrement rayée* : From a Sirius point of view one feels oneself completely stupid, or mad, even to think about such "niaiseries" but then what would one think about our actual world, from a Sirius point of view ?]

Yours sincerely,
M. Loève

Letter 19: From M. Loève to M. Fréchet

Michel Loeve
BIRBECK COLLEGE
(UNIVERSITY OF LONDON)
E. C. 4

Londres, le 30 Novembre 1947

M. le Professeur M. Fréchet
California University, Berkeley

Cher Monsieur,

Je vous remercie pour votre aimable lettre. Je suis heureux de voir confirmée l'opinion que j'avais déjà de M. Neyman et je dois dire que la raison déterminante de mon acceptation définitive est sa personnalité. Il m'était difficile d'accepter l'idée de m'en aller si loin de la France alors que Londres est comparativement si près et que ma carrière universitaire ici s'annonce sous d'heureux auspices. J'espère aussi que ma femme trouvera à Berkeley le repos et la calme matériel que je voudrais tant lui apporter après tant d'années de lutte et de souffrance.

Etre considéré comme un représentant qualifié de l'école française des probabilités est, pour moi, un grand honneur, et j'espère m'en montrer digne.

Je suis heureux d'apprendre que vous reviendrez l'hiver d'après, et qu'ainsi le contact avec la France persistera, par l'intermédiaire de l'un des ses plus éminents représentants dont l'oeuvre a influencé profondément la pensée mathématique tout⁵⁵ entière.

Veillez agréer, cher Monsieur, l'expression de mes sentiments respectueux.

M. Loève

Letter 20: From J. Neyman to M. Loève

⁵⁵sic.

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

December 16, 1947

Professor Michel Loeve
58 rue Lhomond
Paris (5^e), France

Dear Dr. Loève :

Please accept my apologies for the delay in writing to you. A nasty cold has kept me inactive for some time. However, before going to bed with the cold I reported on your acceptance of our offers. At present I wish to express my joy over the prospect of having you with us and to answer some of your questions.

1. Visa. At this moment your appointment is on the desk of the President of the University awaiting his signature. Just as soon as it is signed, we will write to the consulates in London and in Paris, informing them of the appointment and requesting cooperation in speeding up an immigration visa. Previously, on similar occasions visas were obtained very rapidly and I expect this to be the case now.
2. Egyptian authorities. The people here, including myself, expect you to apply for the U. S. citizenship more or less immediately upon your arrival. The visa obtainable on a University appointment entitles you to become a citizen. If you do apply for U. S. citizenship, then you can stop worrying about the pleasures of the Egyptian government.
3. Moving expenses. I did report your request for an outright payment of \$ 750 in lieu of the 50 percent contribution to your moving expenses, but have no hope of success. These are the reasons. The University's highest authority rests with a council called the Regent They issue rulings on general policy and these rulings are our law. Up until recently the question of traveling expenses was in the hands of the President, who settled it in accordance with the circumstances. Recently, however, the Regents published a ruling that the University's contribution to expenses on moving cannot exceed 50 percent of the actual costs and this has taken the question out of the discretion of the President.

If you want to do something about the difficulty, I suggest that you submit estimates of the costs of moving all your furniture, prepared by two reputable shippers. Add to it the cost of the steamship tickets for your family and explain the difficulties in raising funds to cover your half of the costs.

4. Do not abandon your belongings. Although \$750 is a sizeable sum, it would be utterly insufficient to buy anything like the furniture I have seen in your apartment. Therefore, I sincerely hope that you will make strenuous efforts to keep what you own. Should it be impossible to bring your belongings over at once, I presume that a scheme may be worked out to have the things shipped later.
5. Living quarters in Berkeley. The housing bureau of the University assured me that there will be no difficulty in providing you with an apartment in which you and your family could live for a year or perhaps two years, until you find something better. The apartment would be in one of several blocks constructed during the war in connection with the tremendous industrial developments in the vicinity. Many of our new colleagues live in such apartments and find that, as a temporary arrangement, they are satisfactory.

The apartment for you would have one bedroom, living room, kitchen and bathroom. It would have skeleton furniture for your use. The rent is very cheap, being in the vicinity of \$30 per month. The disadvantages of the apartment are that (i) it is not a separate little house with a nice garden, which is the usual abode of a man in your position, (ii) it is located at quite some distance from the University and (iii) the district is not very nice.

In the latter connection, I must tell you that Berkeley has an exceptionally picturesque location, especially the so-called "Berkeley Hills", with a magnificent view of San Francisco Bay. I have no doubt whatever that, after you get settled, either you will buy a house in the hills or you will build a new one to suit your and Mrs. Loève's tastes. To do it wisely, it is useful not to hurry and the arrangement with an apartment in the University housing project is most satisfactory. When we settled in Berkeley, no such arrangement was possible and I had to rent a house at \$75 per month.

The University housing bureau has written you about an apartment.

6. Your salary. When making your plans, take into account that our appointment to permanent position will be as of July 1st. Salary is paid every month and, therefore, your first check will come on July 31st. The compensation for the Summer Session is paid in two equal installments at three week intervals. There are deductions from the agreed payments. One is for income tax and the other for retirement funds. The tax is less heavy than in England, but the English retirement plan is a little more generous than here. With us the contributions to the retirement fund by the professor and by the University are the same and amount to seven percent of the salary each.

With the above deductions, (\$74.20 for income tax and \$38.50 for retirement), and on the assumption that Mrs. Loève and your son will live with you, your monthly check will be for \$447.30.

7. Prospects of an increase. When negotiating with you I had in mind some prospects of increasing your income. However, at the time these prospects were somewhat nebulous and I thought it wiser not to mention them. Right now things ccrytalize a little and there is no harm in your knowing that your earnings for the two summer months of 1949 are likely to be \$1467, which is quite a sizeable addition to one's salary ! However, this is not yet a promise, but only a reasonably founded expectation.

With kind regards,

Yours cordially,
J. Neyman

JN : pc

Letter 21: From P. Lévy to M. Loève

Paris - 21 - 1 - 48

Mon cher ami,

Pour le développement de ma récente note qui sera le n°28 de mon livre⁵⁶, j'ai besoin - ou du moins il me serait commode d'en disposer, du théorème suivant :

Etant donnée une chaîne stationnaire d'ordre deux, et double, c'est à dire que

$$\begin{aligned} E\{X_{h,k}\} &= 0 \\ E\{X_{h,k}E_{p+h,q+k}\} &= E_{p,k} \end{aligned}$$

(en restant dans le cas réel), on a

$$E_{p,k} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(px+qy)} d_x d_y F(x, y)$$

F étant une fonction de répartition à éléments non négatifs.

Ce théorème est-il dans votre Note⁵⁷, ou, sinon, faudrait-il un grand changement pour l'introduire?

Je le préférerais ; mais ce n'est pas indispensable. Ne le faites que si cela ne fait pas trop de changement. Au besoin une note au bas d'un page l'indiquant comme généralisation ou cas particulier d'un autre théorème.

Vous voilà donc sur votre départ⁵⁸. Je vous souhaite bon voyage et bon séjour là bas.

Si vous désirez qu'en votre absence j'essaie de savoir quelque chose sur votre naturalisation⁵⁹, envoyez-moi en double exemplaire une note très précise donnant votre curriculum vitae (date et lieux de naissance ; fonctions et services rendus ; captivité ; même chose pour M^{me} Loève ; date de dépôt de vos demandes, N^{oS} si possible ; date de la naturalisation de M^{me} Loève ; âge de votre fils).

⁵⁶[?], p. 126, the title of 28. is "Les fonctions aléatoires stationnaires de plusieurs variables ; recherche des processus doubles de Markov", that is to say "stationary random functions with many variables; research on double Markov process".

⁵⁷The Loève's note which is at the end of [?], that is to say [?].

⁵⁸Loève prepared his leaving for the United States and Columbia University.

⁵⁹This is a recurrent problem for Loève, who did many attempts to be a French citizen.

Quelqu'un m'a dit que M^{me} P. Ch⁶⁰, Ministre de la population, serait capable de m'accorder une audience et faire qq. chose pour vous. Mais je ne peux lui demander une audience sans lui laisser une Note écrite - dont il me faut le double, que je recopierai si j'en ai besoin à nouveau.

Bien cordialement à vous
P. Lévy

Ne partez pas sans dire où on peut vous attendre. Il faut qu'on puisse vous expédier les épreuves dans 10 ou 15 jours.

Letter 22: From M. Fréchet to M. Loève

UNIVERSITÉ DE PARIS
Paris, le 12 Fév. 1948,

FACULTÉ DES SCIENCES
INSTITUT HENRI POINCARÉ
11, Rue Pierre-Curie (V^e)
TÉL : ODÉON 42-10

Mon cher ami,

Vous avez du recevoir une invitation du CNRS (où votre adresse est celle de Paris) concernant le colloque de Lyon⁶¹. Comme le seul invité américain à qui nous pouvons payer le voyage depuis l'U.S.A est déjà désigné (c'est M. Doob⁶²) et comme, d'autre part, même indépendamment de la question pécuniaire, il n'est pas évident que vous soyez libre en Juin, j'aimerais bien savoir si je puis encore compter sur votre participation ?

J'espère que vous vous plaisez là-bas et particulièrement à Berkeley qui m'a laissé un souvenir extrêmement agréable. J'y reviendrais volontiers (d'ailleurs pas l'année prochaine où je passerai l'hiver en Belgique). C'est l'expression de ce sentiment qui sans doute vous a fait croire qu'il correspondait à un engagement précis. Si vous aviez eu l'occasion d'en parler à M. Neyman, - et seulement dans ce cas - voulez-vous démentir. Ni lui, ni moi n'avons même pas fait de plan quant à un retour éventuel.

Dites moi aussi comment vous avez résolu le problème familial ?

Bien à vous,
M. Fréchet

P.S. Mes meilleurs souvenirs aux personnes à qui j'ai eu affaire à Columbia Un. et à Berkeley où on a été très aimable pour moi.

⁶⁰Mrs Germaine Ponso Chapuis was "Ministre de la Santé Publique et de la Population" and was the first woman at such a position.

⁶¹The International Congress of the Calculus of Probability took place in Lyon in June 1948. P. Lévy et J. Doob participated in seminars, but M. Loève could not. (See his letter to P. Lévy, written on June 18, 1948.)

⁶²Joseph Doob worked at the Mathematics Department of the Illinois University from 1935 to 1978.

Letter 23: From P. Lévy to M. Loève

Paris - le 2 mars 1948

Mon cher ami,

Voilà huit jours que je suis au lit, pour les suites d'une grippe qui a dégénéré en trachéite. Je précise cette évolution pour que vous concluez vous-même que je ne vous envoie pas de microbes.

Toujours rien de G. V. ⁶³ Je ne comprends pas leurs méthodes. Ils composent tout, et envoient ensuite tous les placards⁶⁴ du coup⁶⁵, ou à une cadence affolante pour l'auteur, surtout s'il est malade. J'avais pourtant bien insisté pour qu'ils hâtent l'envoi de vos placards⁶⁶. Ils ne l'ont pas fait.

Je ne crois plus que cela tarde. Mais il ne faut guère compter sur la possibilité pour vous de corriger deux épreuves. Je répète donc ce que je crois vous avoir déjà dit : faites la première correction avec l'idée qu'elle est définitive. Je me débrouillerai ensuite.

On doit joindre à vos placards un papier indiquant la numérotation de vos notes et placards que j'ai adoptée pour les renvois. Ne la changez qu'en cas de raison sérieuse ; parce que cela risquerait d'entraîner des confusions pour le reste de l'ouvrage. Au besoin, ajoutez des N^{os} à la suite (10, 11, etc.) en renonçant à l'ordre chronologique que j'ai adopté sans cela pour chaque auteur.

Pour parler d'autre chose, je compatissais bien à la perte de votre malle. Je veux espérer qu'elle était bien étiquetée et vous rejoindra. Tenez moi au courant. Même provisoire cette perte est bien gênante.

Pour le reste je suis bien content de tout ce que vous me racontez. Merci pour vos propositions. Mais vraiment, grâce à des envois de la campagne⁶⁷ (qui viennent de M^{me} Piron mère⁶⁸, qui fait l'impossible), nous avons ce qu'il nous faut. On aurait été content l'hiver d'avoir un peu de matières grasses (beurre, margarine) ; mais je pense qu'à ce point de vue aussi le printemps sera meilleur.

Ce qui me préoccupe, c'est le péril communiste. Je suis sûr que le coup d'état de Prague⁶⁹ n'aura pas ouvert les yeux de nos amis X., Y., (vous savez à qui je pense). Je suis moins sûr qu'il y ait encore dans cinq ans, des Pyrénées à l'Oural et de l'Oural à Vladivostok, un coin de notre continent où l'on puisse penser librement. Ne vous pressez pas de revenir tant qu'on ne voit pas plus clair.

Une fois de plus nous ne pouvons être sauvés que par l'action énergique de l'Amérique, et nous ne sommes pas sûrs qu'elle veuille les moyens. Nous ne sommes même pas d'accord pour les lui demander.

J'ai hâte que mon livre ait paru, qu'il y ait au moins cela de pris sur l'U.R.S.S.

Bien à vous,

P. Lévy

Letter 24: From P. Lévy to M. Loève

⁶³Gauthier Villars.

⁶⁴"placards" means: proofs in column, giving before corrections.

⁶⁵sic.

⁶⁶As we said earlier, a Loève's Note is included in [?].

⁶⁷It is worth remembering that the rationing in France lasted until 1949.

⁶⁸Denise Lévy, Lévy's younger daughter, was a German teacher and got married with Robert Piron.

⁶⁹From February, 17 to February, 25 1948 the Czechoslovakian Communist Party took over the country.

Mon cher ami,

Voilà un mois que je suis immobilisé à Versailles, chez mon fils, par une pleurésie. Je suis en réalité malade depuis 2 mois, mais pendant le 1^{er} mois on n'a pas vu que c'était autre chose qu'une grippe. Moi seul savais que j'étais trop fatigué pour une grippe et couvais quelque chose - et l'explication rétrospective de certaines sensations me porte à croire que je couvais cela depuis 7 ou 8 mois.

La phase aigüe est sûrement passée. Cela n'est pas tragique. Je compte bien aller au colloque de Lyon le 28 Juin⁷⁰ et reprendre mes cours normalement en octobre. Mais je me dis qu'il ne sera plus question de voyage en Amérique.

J'ai bien reçu votre lettre m'annonçant que vous aviez déjà renvoyé les épreuves. J'ai écrit aussitôt à G. V. pour transmettre et appuyer vos deux désirs (2^{es} épreuves ; communication des miennes).

Vous vous faites des illusions sur mon livre. Voici le plan.

Chap. I - Deux exemples classiques, pour que le lecteur ait une base concrète (mouv^o brownien linéaire, processus de Poisson).

II. Notions très générales. Processus stochast. Eq. diff. stoch.

III. Processus de Markoff.

IV. Processus stationnaires

(Donc, ds II à IV presque rien de moi).

La fin est consacrée au contraire à mes travaux depuis 1934.

V. Processus additifs en général. C'est un peu la répétition du VII de mon dernier livre⁷¹, avec quelques exemples en plus.

VI. Mouvement brownien linéaire. Nouvel exposé des mes résultats de *Compositio mathematica*⁷².

VII. Mouvt^t brownien plan. D'après mon mémoire de l'*American Journal*⁷³. J'ai ajouté le mouvt^t brownien de rotation. D'après Francis Perrin⁷⁴.

Enfin - sauf erreur cela doit faire VIII. Extensions diverses. Mouvt^t brownien à plusieurs paramètres avec la démonstration de Schwartz (non encore publiée)⁷⁵.

Dans l'ensemble, c'est donc une synthèse de résultats connus. Le plus nouveau sera sans doute le développement de mes 2 notes de janvier 1948⁷⁶, que j'ai mis à la fin du chap. IV (seul refait en janvier 1948 - tout le reste est de 45 avec des détails modifiés en 46).

Merci beaucoup pour l'annonce de votre colis. J'espère que vous n'avez pas fait de folie, comme Pólya, à qui des amis ont donné de l'argent pour son 60^e anniversaire et qui a fait véritablement des folies. Ajoutez que Hans Lévy, en Novembre, était arrivé avec une valise de provisions pour ma famille. Vraiment, nous vivons de la générosité des Américains.

⁷⁰One can find the Colloquium report in: *Le calcul des Probabilités et ses applications, Colloques internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique(XIII)*, Edition du CNRS, 1949.

⁷¹[?], First edition.

⁷²P. Lévy, Sur certains processus stochastiques homogènes, *Compositio mathematica*, t. 7, p. 283-339, 1939.

⁷³P. Lévy, Le mouvement brownien plan, *American Journal of Mathematics*, t. 62, p. 487-550, 1940.

⁷⁴F. Perrin, Etude mathématique du mouvement brownien de rotation, *Annales de l'École Normale Supérieure*, t. 45, p. 1-51, 1928.

⁷⁵[?], p. 276.

⁷⁶Chaînes doubles de Markoff et fonctions aléatoires de deux variables, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. 226, 5 janvier 1948, p. 53-55 ; and Exemples de processus doubles de Markoff, *Comptes Rendus de l'Académie ds Sciences*, t. 226, 5 janvier 1948.

Mais je sais que vous n'avez pas trop de dollars, et vous savez que je ne peux pas vous en envoyer. Mes enfants Piron⁷⁷ ont dépensé des livres que j'avais à Londres (10 £). Je n'ai plus que des francs.

Nous avons des amis à la campagne, et sommes grâce à cela plus heureux que la plupart des citadins. Donc ne recommencez pas à faire des folies pour nous - à moins que vous n'ayez le désir de convertir des dollars en francs.

Madame Loève a-t-elle trouvé une occupation? Avez vous de bonnes nouvelles de votre fils.

Je m'arrête. Je ne veux pas trop me fatiguer. Bien cordialement à vous.

P. Lévy

Lettre 25: From P. Lévy to M. Loève

Versailles - 103 Boul^d de la Reine
20 mai 1948

Mon cher ami,

Les épreuves arrivent lentement ; 6 placards (soit 24 pages) par semaine. J'espère que cela va s'accélérer, mais je n'aurais pas l'ensemble des placards avant un mois environ.

J'ai reçu ce matin le Chap. III et le début du IV.

G. V. m'a promis de vous envoyer les épreuves, par avion, en une fois. Peut-être pourriez-vous lui récrire en lui fixant une date et lui disant que vous aimez mieux 6 chap. avant cette date que le tout arrivant quand votre cours sera fini.

Je ne peux pas me dessaisir de l'exemplaire que je garde. J'en ai besoin pour vérifier les renvois, notations, etc.

Je me remets beaucoup plus vite que les médecins ne le croyaient. Je commence à sortir. Je vais pour la première fois tout à l'heure aller jusqu'à 10 minutes d'ici, dans un beau parc appartenant à des amis. Le "Parc", honoré samedi par la visite de la princesse Elizabeth⁷⁸, est plus loin et moins confortable.

Je passerai l'été dans les Alpes, et me considérerai ensuite, sauf incident nouveau, comme tout à fait guéri.

Pour des raisons indépendantes de ma santé, j'ai donné ma démission d'un de mes cours à l'Ecole des Mines. Si on me trouve un successeur, ou plutôt si le Ministère consent à le payer (car il ne fera pas comme moi le cours au rabais), je serai désormais libre comme l'air de Pâques à la fin de l'été ; libre d'avoir une nouvelle pleurésie ou d'aller en Amérique.

Ma femme en a très envie. C'est pour elle que je le ferais, car si j'étais seul, l'appréhension de me trouver dans un pays de langue anglaise et d'être trop handicapé dans les conversations l'emporterait sur le désir de voir l'Amérique. Donc je n'irai en aucun cas sans elle et il faut qu'on me paye le voyage pour elle et moi. Si cette condition est réalisable et que ma santé soit bonne, je n'exclus plus absolument l'idée de traverser tout de même l'Océan.

Bien cordialement à vous

P. Lévy

Donnez-moi de vos nouvelles. Comment vivez-vous, et que fait M^{me} Loève. New York n'est-il pas trop inconfortable quand on n'a que 100\$ par jour?

⁷⁷The name of his son-in-law Robert Piron.

⁷⁸The future Queen of England.

Je serai à Versailles j. vers le 10 juin ; puis 15 jours à Paris ; puis Lyon ; puis les Alpes.

Letter 26: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève
Mathematical Statistics
Durant Hall
Univ. of California
Berkeley Calif.

Berkeley, le 4 Juin 1948

Cher Monsieur,

Je viens de recevoir, en même temps, votre lettre transmise de New York et vos épreuves envoyées par G. V. directement ici.

Nous avons été très heureux d'apprendre que vous êtes remis, [*barré* : et nous espérons qu'après les vacances de l'été **** * un état tout à fait ****. [*justaposé à la dernière phrase, toujours barré* : Dois-je dire combien je désire vous voir ici aux Etats-Unis au plus tôt ?

Malheureusement il y a plusieurs difficultés. Le fait que vous m'aviez écrit que vous ne comptiez pas venir l'année prochaine, donc inutile de commencer de suite à agir auprès des personnes intéressées - et c'est beaucoup plus compliqué ici qu'en Angleterre, sans parler de l'importance de l'Administration plus ou moins anonyme. Contrairement à l'Angleterre la décision du Chef du Dpt ne suffit pas et une fois décidé il faudra qu'il poursuive le combat pour chaque décision.

D'autre part, et peut-être à cause de toutes ces voies "tortueuses" (quand on pense à l'Angleterre où il suffisait d'un oui !), toute invitation ou nomination doit se faire, en principe, neuf à douze mois à l'avance.

En tout cas dès que j'avais j'ai lu votre lettre j'ai parlé "incidemment" d'une invitation et j'attends la 1ère réaction. Mon avis, que j'exprime, est que c'est un honneur, et un grand, pour une Université de vous avoir si possible et que c'est une réclame pour elle (puisque tout est réclame ici) particulièrement brillante.

Je n'ai que le temps que de feuilleter les épreuves et, bien entendu, mon oeil a été attiré par la] mention de mon nom. C'est très aimable à vous et je vous en suis fort reconnaissant.

Au §14, Planche 10 le prote a dû procéder à des suppressions et je signale :

$$\text{formule(56)} \quad \Gamma(t + h, t' + K)$$

[une flèche verticale en-dessous du K : au lieu de h⁷⁹] juste avant "de sorte que" qui précède "théorème 14".... manque une partie du raisonnement (ce qui suit la formule (56) prouve seulement que la condition est nécessaire) pour prouver que la condition est suffisante, par exemple on pourrait intercaler après

$$” \lim E \left\{ \left[\frac{X(t+h) - X(t)}{h} \right]^2 \right\} = \left[\frac{\partial^2 \Gamma(t, t')}{\partial t \partial t'} \right]_{t=t'} ”$$

⁷⁹This is not corrected in [?], p. 60.

ceci :

"D'autre part, si cette limite existe, l'on a

$$\lim E \left\{ \left[\frac{X(t+h) - X(t)}{h} - \frac{X(t+k) - X(t)}{k} \right]^2 \right\} = 0''$$

Ou bien

"D'autre part, si cette dernière limite existe, la dérivé en m. q. à l'instant t existe d'après le théorème de Fischer et Riesz."

Enfin dans l'énoncé du th. 14 il faut écrire

$$\left[\frac{\partial^2 \Gamma(t, t')}{\partial t \partial t'} \right]_{t=t'} = \lim_{h, k \rightarrow 0} [\Gamma(t+h, t+k) - \Gamma(t, t+k) - \Gamma(t+h, t) + \Gamma(t, t)]$$

(au lieu de $= \lim_{h \rightarrow 0} [\Gamma(t+h, t+h) - 2\Gamma(t, t+h) + \Gamma(t, t)]$) d'après la définition même de $\frac{\partial^2 \Gamma(t, t')}{\partial t \partial t'}$ donnée quelques lignes avant. Le plus simple serait de supprimer dans l'énoncé du th. 14 ce qui suit " $\left[\frac{\partial^2 \Gamma(t, t')}{\partial t \partial t'} \right]_{t=t'}$ " puisque cela répéterait dans le cas particulier $t=t'$ la définition donnée un peu avant.

Voici finalement comment se présenterait la suite de "il vient pour $t = t'$ et $h = k$,

$$\lim E \left\{ \left[\frac{X(t+h) - X(t)}{h} \right]^2 \right\} = \left[\frac{\partial^2 \Gamma(t, t')}{\partial t \partial t'} \right]_{t=t'}$$

D'autre part, si cette dernière limite existe, l'on a

$$\lim E \left\{ \left[\frac{X(t+h) - X(t)}{h} - \frac{X(t+k) - X(t)}{k} \right]^2 \right\} = 0$$

de sorte que Th. 14 est l'existence d'une dérivée seconde généralisée $\left[\frac{\partial^2 \Gamma(t, t')}{\partial t \partial t'} \right]_{t=t'}$."

B. §27, 10°, Planche 21, note(20).⁸⁰

Je persiste à être convaincu que le th. n'a pas été obtenu par M. Cramér. J'ai son mémoire⁸¹ sous les yeux en vous écrivant. 1. La seule référence aux f.a.st. est dans une phrase où il dit qui dit que c'est une note préliminaire et le résultat sera appliqué aux f.a. Cette application n'a jamais été donnée.

2. Une définition spéciale de l'intégrale utilisée est ~~biscornue~~ donnée. Il semble que Cramér ne s'est pas aperçu qu'il suffisait de parler d'une intégrale de Stieljes en m.q.

3. Il n'introduit pas l'idée d'une f.a. à accroissements orthogonaux qui a été donnée pour la 1ère fois dans ma note de Mars 1945⁸². Enfin, quant à moi j'avais ~~obtem~~ donné dans le th. (dans cette même note) comme cas particulier de l'analyse harmonique de la classe générale des f.a. de second ordre. [*dans la marge en verticale de bas en haut* : Si vous n'êtes pas d'accord je vous serais obligé de supprimer ce qui suit. Les indications bibliographiques de la note (20) et le lecteur déciderait. Si je devais écrire ce qui suit l'énoncé du th. 27 j'aurais dit : ce th. a été obtenu par M. Loève (voir aussi Cramér (5))⁸³.]

⁸⁰Obviously this is not the Lévy's formulation, [?] p. 60.

⁸¹[?]

⁸²[?]

⁸³The Lévy's formulation is finally: (in the same book, p. 123)

H. CRAMÉR [6] et M. LOÈVE [3] et [5]. Bien que dans Cramér il s'agisse de mesure dans

Letter 27: From M. Loève to P. Lévy, written by Mrs. Loève

Nous aurions beaucoup aimé, ma femme et moi vous voir ici avec M^{me} Paul Lévy. Mais le processus administratif des invitations semble totalement différent de celui d'Angleterre. Là-bas, c'était du ressort du chef de Département ; ici, il y a à gravir toute l'échelle administrative, ce qui rend les décisions plus difficiles à l'intérieur même du département.

J'espère que dans quelque temps j'aurai mieux assimilé la mentalité et les habitudes usuelles et j'aurai une idée plus exacte de l'Université d'ici. J'ai appris toutefois que les invitations se faisaient 9 à 12 mois à l'avance.

Letter 28: From P. Lévy to M. Loève

Versailles - 103 B^d de la Reine
13 Juin 1948

Mon cher ami,

Votre lettre du 4 Juin me rend un grand service. J'étais convaincu d'avoir tout "repensé" et refait tous les calculs. Et je ne m'étais pas aperçu des fautes faites à propos du th. 14.

Pour le th. 27.2⁸⁴, le fait que vous me signalez que Cramér n'a pas vu la condition d'orthogonalité est essentiel. Il est tout de même certain que, sous forme abstraite, son th. ressemble au vôtre. Finalement je supprime son nom dans le texte et mets en note "Une idée analogue se trouve déjà ds CR[5], mais sous une forme bcp moins précise. Il n'est pas question de la condition donnée par le th. 27.1⁸⁵ ; en outre il s'agit de mesure dans un esp. fonct.^{el}, et l'application aux f. al. n'est pas développée - Rappelons d'autre part que l'Europe étant à cette époque divisée en cloisons étanches, et que le mémoire de C. n'a pas pu influencer les idées de M.L.⁸⁶"

Je suis persuadé que cette dernière phrase ne peut que vous servir.

Enfin au 27.11°, j'ai remplacé "retrouvé" par "développé".

J'espère que tout cela vous donnera satisfaction.

Naturellement, j'ai fait beaucoup de corrections. Je prends mes épreuves et note en ordre.

Pl. 1 - Corrections à l'introduction nécessitées par la nouvelle rédaction du chap. IV.

Pl. 2 - Naturellement au lieu de fonction - Ψ il faut lire fonction- Ψ (c'est un trait d'union) - Formule (16), il faut lire $\sqrt{\Delta}$. Mais je ne peux corriger ici toutes les fautes de ce genre que vous corrigerez vous-même.

Pl. 15. Fin du 21 - Je mentionne les travaux de Feller.

Pl. 17 - Remarques finales du n° 24. J'ai rédigé à nouveau toute cette page.

un espace fonctionnel, et que l'application aux fonctions aléatoires stationnaires ne soit que brièvement mentionnée, sa priorité est incontestable. Mais il ne faut pas oublier qu'en raison de l'état de l'Europe à cette époque M. Loève, qui a en mars 1945 retrouvé le théorème en question, ne pouvait pas encore connaître le mémoire de Cramér.

"Even if, in Cramér, it is a matter of measure in a functional space, and even if the adaptation to the stationary random functions is only briefly mentioned, his priority makes no doubt. However it is worth remembering that at that time, due to the situation of Europe, Michel Loève, who founded the theorem in March 1945, could not know the paper of Cramér."

⁸⁴[?], p. 123.

⁸⁵[?], p. 116.

⁸⁶See the previous letter.

Pl. 19 - 3° page, l. 2 à 9 de l'alinéa principal. Il y avait une grave erreur de raisonnement, heureusement facile à corriger.

Pl. 24. 1^{er} exemple, je signale une priorité de K. de Fériet.

Pl. 27. Pages 5 et 6 - suppression d'une répétition.

Pl. 43. n° 54, avant Remarque. Il faut lire

$$E(T) < k + 2k^2 + \dots + nk^n + \dots < \infty$$

Pl. 48. n° 62, 3° et 4° - Rendus inutiles par la nouvelle rédaction du chap. IV.

A part cela je ne vois que de petites choses. Fautes d'impression, ou distractions de l'auteur que j'ai corrigées. J'espère qu'il n'en reste pas trop.

Au sujet de ma santé - je reste fatigué. Une diminution de la capacité respiratoire qui fait que je me fatigue vite. Il paraît que 3 mois de montagne ont chance d'achever la guérison. Le Doct^r a fait la grimace quand je lui ai parlé de mes projets lyonnais. Ensuite je serai raisonnable. Un mois à l'Hotel Alliey, Monêtier les Bains, H^{tes} Alpes. C'est à 1500m et ma femme ne doit pas y venir. Nous nous rejoindrons ensuite à 7 ou 800m, dans l'Isère.

J'ai travaillé pendant ma maladie à un problème amusant de la théorie des groupes - à propos d'un tour de carte fait à mon petit fils de 5 ans.

A propos du petit fils, je suis depuis 3 jours à la tête du 6^e petit enfant. Une grosse fille, née avec un mois de retard et après un accouchement long (plus de 60 heures) et douloureux. Tout va bien. Ce qui est ahurissant, c'est que 1/2 heure après la naissance, j'ai remarqué que l'enfant suivait des yeux des objets en mouvement. Je n'en croyais pas les miens. Mon fils et moi avons recommencé 10 fois [*suite dans la marge*] l'expérience. Le fait est certain. Par moments même il y avait un léger mouvement de tête.

Mais cela ne vous intéresse pas. Les grands pères sont gâteux, mais pas les jeunes papas. Bien cordialement à vous. P. Lévy]

Letter 29: From P. Lévy to M. Loève

Hotel Alliey - Monêtier les Bains - H^{tes} Alpes
15 Juillet 1948

Mon cher ami,

Je regrette de devoir vous écrire une lettre qui ne vous fera pas plaisir. Mais j'ai sous les yeux le mémoire de Cramér de 1942⁸⁷. Ma conclusion est absolument opposée à la vôtre, et il faut pour mon livre que je revienne à ma rédaction initiale (légèrement modifiée). C'est d'ailleurs l'opinion que j'avais exprimée au Colloque de Nancy⁸⁸ et contre lequel⁸⁹ à cette époque vous n'aviez pas protesté.

Je reprends vos arguments, et aussi celui que Kampé de Fériet fait valoir : 1° L'application au calcul des probabilités n'est que mentionnée ; le mémoire annoncé n'a pas paru. 2° La démonstration n'est qu'esquissée. 3° La condition d'orthogonalité n'y figure pas. C'est ce dernier point, que vous m'affirmiez, qui m'avait fait modifier ma rédaction⁹⁰.

Réponse. - Pour 1° et 2°, je rappelle d'abord qu'il est admis qu'une note aux Comptes Rendus, nécessairement concise, suffit pour assurer à l'auteur la priorité des résultats annoncés. A fortiori un mémoire de 6 pages.

⁸⁷[?]

⁸⁸The Colloquium of Harmonic Analysis, Nancy, June 1947, which was mentioned above.

⁸⁹sic.

⁹⁰See the letter of June, 13 1948.

De plus, pour 1°. Il ne s'est pas contenté d'annoncer la traduction en termes de probabilités ; il a précisé qu'il s'agissait de la théorie des processus stationnaires de Khintchine. La traduction était à moitié faite, et on ne saurait s'enorgueillir de l'avoir terminée. Pour 2° ; les grandes lignes de la démonstration sont très nettement indiquées.

Quant au 3°, j'observe que la condition (8) de Cramér, en langage de probabilités, s'exprime ainsi : Si Y et Z sont les accroissements de $X(t)$ pour deux intervalles contigus, on a $E\{[Y + Z]^2\} = E\{|Y|^2 + |Z|^2\}$. La vôtre, c'est $E\{YZ\} = 0$ d'où il résulte immédiatement que la même relation vaut pour deux intervalles disjoints non contigus. C'est de l'enfantillage de dire que ce n'est pas la même chose.

Vous pouvez évidemment répondre que vous avez donné une forme un peu plus simple à la condition (8) de Cramér. Mais, plutôt que d'ergoter sur ce point, qui ne saurait vous procurer une grande gloire, vous feriez mieux de reconnaître franchement la priorité de Cramér, et de faire valoir - ce que je fais pour vous de mon côté, que vous n'avez pas pu en mars 45 connaître le travail de Cramér. C'est tout ce que je peux faire. J'estime que je me couvrirais de ridicule, surtout avec la discussion à Lyon avec Doob, si je discutais la priorité à Cramér.

Je corrige la mise en pages⁹¹. J'ai maintenant les épreuves j. la fin du Chapitre IV. Je suis un peu affolé du nombre de fautes que j'ai laissé passer à la première correction (fautes d'impression, et aussi fautes de l'auteur). J'espère qu'il n'en restera pas trop. En tout cas je vous remercie de m'avoir signalé 3 fautes, dont 2 m'avaient échappé à la première correction, et qui eussent été assez fâcheuses.

Peut-être restera-t-il des fautes de numérotation pour les renvois. Je ne puis ici vérifier toutes les références. En ce qui vous concerne, après plusieurs hésitations, je m'en suis tenu à ma numérotation initiale ; de grouper plusieurs mémoires comme vous le demandiez aurait trop compliqué les renvois ; au lieu d'un simple N°, il aurait fallu redire chaque fois duquel des mémoires groupés il s'agissait. J'ai déjà indiqué à G.V. les corrections qui en résultent pour votre note et vérifierai sur la mise en pages qu'elles sont bien faites.

Je regarde mélancoliquement et solitairement tomber la pluie, après 8 jours de beau temps. Cela me permet de corriger [*suite dans la marge* mes épreuves à loisir. Je serai à partir du 10 août - avec ma femme - à l'Hotel Raffin, Pinsot, par Allevard, Isère, et cela pour environ un mois. Ensuite à Paris. Bien cordialement à vous. P. Lévy]

Letter 30: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève
59-74 Keith Ave
Oakland Calif
U.S.A

Le 13 Août 1948,

Cher Monsieur,

Merci pour votre lettre du 15 Juillet. Une lettre de vous, quelqu'en soit le contenu, me fait toujours plaisir.

Quoique loin d'être persuadé je ne vais pas essayer de vous convaincre au sujet de Cramér mais seulement vous faire comprendre mon attitude. En fait je suis persuadé du contraire. Mon résultat a été obtenu à la suite d'une étude générale des f.a. de second ordre, comme un cas particulier et par des méthodes stochastiques. J'en avais parlé aux

⁹¹sic.

deux séminaires que j'avais donné⁹² en 1942 chez M. Fréchet sur les f.a. stationnaires. Comme je le considérais comme un "petit" résultat je n'y avait pas insisté, ayant à faire en 2 séances l'exposé des propriétés des f.a. stationnaires, de second ordre et aussi au sens strict. Ceci n'est pas un argument - c'est pour expliquer mon sentiment à l'égard de ceux qui se sont précipités sur ce résultat, y compris Cramér qui ne l'a énoncé - à Paris - qu'après avoir eu mes notes aux C.R. en main durant une semaine environ et m'ayant dit auparavant qu'elles lui paraissaient très intéressantes sans rien dire d'une coïncidence possible.

Dans la note⁹³ que j'ai donnée immédiatement après les conférences de Cramér⁹⁴ j'ai signalé la coïncidence indiquée par Cramér à sa dernière conférence (une note au bas de la page) et donné une méthode générale pour retrouver ces résultats sur la corrélation N-dimensionnelle dont il venait de parler, les approfondir, les étendre et donné l'anal. harm. pour ce cas. Quant à Cramér j'insiste sur le fait qu'il a donné tout simplement le th. de Stone et, par suite, si l'on considère que son th. dans les espaces fonctionnels est l'analyse harmonique des f.a. stat. alors c'est Stone qui l'a donné en 1931. Comme il est facile de prouver que 1) votre théor. de continuité (f. caract.)⁹⁵ 2) le th. de Bochner 3) le th. de Stone 4) l'anal. harm. du cas stat sont 4 théor. équivalents (càd de chacun d'eux on peut déduire les 3 autres), alors, en vertu du principe cher à Doob (réduire ce que quelqu'un a fait à ce qu'un autre a fait avant), on peut dire que le 4) vous est dû. J'aime bien mieux cela. C'est certainement plus juste (à mon avis) que d'en donner le mérite à Cramér. Ajoutez que le th. de Stone a été appliqué au cas stationnaire à paramètre discret ($t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) par Kolmogoroff en 1941, que Cramér a eu l'article alors qu'en France on l'a ignoré comme celui de Cramér jusqu'en 1946-47. Le problème de priorité devient fort compliqué. J'avais toujours pensé qu'une def. (f.a. à acc. orthogonaux) ou un th. (anal. harm. du cas stat.) appartenaient à celui qui les a énoncés en premier.

Ici je reviens à Doob. C'est un charmant garçon et un excellent mathématicien. Mais il a l'art et le désir (incompréhensibles) de montrer que ce que X_n a fait, X_{n-1} l'a "pratiquement" trouvé avant. Mais s'il s'agit de X_{n-1} on cherche X_{n-2} à moins que X_{n-1} ne soit Doob. A ce prix on peut démolir n'importe quelle contribution scientifique individuelle surtout si l'on emploie sa méthode perfectionnée de prendre plusieurs X_{n-1} , etc...

Vous qui avez eu à défendre votre méthode des f. caractéristiques dont l'introduction a littéralement créé les probab. modernes contre un émiettement entre Poincaré, Cauchy, Laplace etc... pouvez comprendre ma réaction à cette méthode. Je n'ai peut-être pas fait bp pour les f.a. de second ordre mais c'est actuellement une petite branche bien précise avec ses méthodes, ses résultats et ses problèmes. Et si les mathématiciens s'y intéressent

⁹²sic.

⁹³M. Loève, Sur les fonctions aléatoires vectorielles de second ordre, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. 222, 15 avril 1946, p. 942-944.

⁹⁴They are the lectures that Cramér gave in 1946.

⁹⁵In [?], p. 204, Loève states the theorem

"If $F_n \xrightarrow[c]{c} F$ up to additive constant, then $f_n \rightarrow f$. Conversely, if $f_n \rightarrow g$ continuous at $u = 0$, then $F_n \xrightarrow[c]{c} F$ up to additive constant, and $f = g$.

When F_n and f_n are d.f.'s and ch.f.'s of r.v.'s, the converse becomes the celebrated P. Lévy's *continuity theorem* for ch.f.'s."

The convergence "c" means the "complete convergence", that is to say :

$$\forall \varepsilon > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(|X_n - X| > \varepsilon) + \mathbb{P}(|X_{n+1} - X| > \varepsilon) + \dots = 0$$

un peu, mon travail, si peu important qu'il soit, y est peut-être pour un peu. Je sais que son apport se réduit à très peu - négligeable par rapport à celui des géants en proba. comme vous, Khintchine ou Kolmogoroff. Mais c'est déplaisant d'être le sujet d'une désintégration Doob-ienne, surtout lorsqu'il s'agit d'un procédé général donc dangereux d'une façon générale.

Je suis désolé de ne pouvoir m'empêcher d'en parler surtout lorsque tout le poids de votre autorité vient définitivement appuyer Doob. J'espère que vous voudrez bien comprendre mon sentiment et m'excuser d'y être revenu encore une fois. Mais ce sera la dernière.

Ici ma femme se sent perdue. Elle ne peut pas travailler dans sa branche, une connaissance parfaite de la langue et des coutumes étant indispensables - du moins c'est son sentiment. Les gens sont très aimables, mais elle comme moi essayons d'éviter les obligations sociales qui sont trop absorbantes et représentent une perte de temps stupide - à notre avis.

En ce moment ce sont de vraies vacances, et nous ne voyons personne. C'est reposant.

Nous sommes très loin de nous être acclimatés. Mais j'aime tant l'enseignement que je ne me sens pas malheureux. Ce n'est pas le cas pour ma femme. Enfin, c'est encore trop tôt pour savoir comment nous nous sentirons dans ce pays et si nous aimerons y vivre. Je suppose que dans un an nous saurons.

Il y a un avantage certain. Je puis finalement gagner la vie de la famille. En serrant bien la vis on arrive bien à vivre et le fils a tout ce qu'il lui faut. Mais l'inflation à vitesse croissante est menaçante. Ce que l'on gagne ici serait très bien en France. Mais ici c'est très loin de l'être. Loyer environ 30.000 frs par mois. Un voyage en autobus 30 francs, le cinéma 300 frs, le théâtre (inabordable) 1200 à 3000 francs, les concerts idem. Le pain est à 70 francs la livre, etc... Je comprends maintenant les Américains en France si ils ont leurs revenus aux Etats-Unis.

Je n'ai pas reçu la mise en pages⁹⁶. Probablement G.V. vous a imposé la mienne. J'en suis désolé - si c'est le cas. Vous avez besoin de repos. J'espère tant que les traces de votre maladie s'effaceront rapidement.

Avec mes hommages respectueux à Mme Lévy
Votre dévoué M. Loève.

Letter 31: From P. Lévy to M. Loève

Hotel Raffin - Pinsot - par Allevard(Isère)
22 août 1948

Mon cher ami,

Je commence par le plus pressé. Je corrige la mise en pages de votre Note⁹⁷. Une première lecture rapide m'a fait buter sur un point que je ne comprends pas. J'espère mieux comprendre à la seconde lecture. Mais je n'en suis pas sûr, et, pour plus de sûreté, je voudrais votre avis.

P. 346, c'est à dire à dire n° 13.5, je lis : A titre d'exemple, appliquons le théorème 18. La

⁹⁶sic

⁹⁷[?], p. 346.

condition (I) devient

$$U = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \frac{T}{2}(x-u)}{\frac{T^2}{1}(x-u)^2} e^{i\frac{T}{2}(x-u)} dF(x) < \frac{D}{T^c}$$

Ne faut-il pas Théorème 19 et non 18, et $\frac{T^2}{4}$ au lieu de $\frac{T^2}{1}$?

Ce qui me gêne, c'est que je ne vois pas bien la relation entre cet U et l'intégrale double de la forme I du th. 19.

Mais cela ne peut pas être le th. 18 ; et je ne pense pas que vous ayez voulu mettre $\frac{T^2}{1}$. Je ferai donc ces corrections si d'ici 3 ou 4 jours je n'ai pas réussi à bien comprendre ce passage, et je prie Gauthier Villars d'attendre votre réaction éventuelle jusqu'au 5 septembre. Ecrivez-lui directement \bar{X} [*dans la marge* : \bar{X} En tout cas tâchez de ne plus faire de corrections importantes ; il ne faudrait pas avoir à changer la mise en pages. Tant pis si c'est concis, pourvu qu'il n'y ait pas de fautes.]

Votre Note a bien des choses intéressantes, et je vous félicite vivement. Je suis très content de vous l'avoir demandée. J'avoue d'ailleurs que, pour ne pas retarder la correction, j'ai passé beaucoup de points sans y réfléchir suffisamment, quand je n'avais pas l'impression comme à la p. 346 d'un lapsus probable de votre part.

Je fais d'ailleurs pas mal de corrections. Beaucoup de fautes d'impression certaines vous avaient échappé (je dis certaines ; cela signifie que je n'ai aucun doute en les corrigeant). Je me suis permis en outre quelques corrections de style ou d'orthographe. Ainsi j'écris $X(t)$ est normal, ou neutre, c'est-à-dire au masculin ; et dans certains cas où le masculin est choquant, je mets "la fonction $X(t)$ ". De même je préfère "Fonctions aléatoires du second ordre". Il y a aussi quelques corrections pour l'unification des notations. Ainsi j'emploie l'abréviation *lim pr.s.* Dans d'autres cas, j'ai renoncé à cette unification ; il aurait fallu trop de corrections.

D'ailleurs, dès que je serai sûr que les épreuves corrigées sont bien arrivées à G.V., je vous enverrai les autres, pour que vous puissiez vous rendre compte de mes corrections. J'espère que je n'aurai pas ajouté des fautes. En tout cas j'en aurai corrigé.

Enfin je demande à G.V. d'ajouter à la fin du chap VIII une "note finale" dont je vous envoie le brouillon⁹⁸. J'ai légèrement modifié la dernière page en recopiant, sans changer le sens.

⁹⁸[?], p. 297-298. This is the final note which ended the quarrel between Loève and the other mathematicians (see the article, part I.):

Note finale. - Une lettre de M. Loève [lettre du 13 août 1948], reçue au moment où je termine la correction des épreuves, me décide à revenir sur le théorème 27.2 et la note (20) de la page 123 pour préciser deux points :

1° Il est bien entendu que ce théorème ne prend tout son sens que grâce au théorème 27.2 de M. Loève. Dans son mémoire de 1942 [?], H. Cramér avait indiqué la nécessité d'imposer à $U(\lambda)$ une condition restrictive. Mais celle qu'il indique ne coïncide avec celle de M. Loève, et par suite n'est nécessaire et suffisante que dans le cas réel.

2° M. Loève me rappelle qu'il avait exposé les théorèmes 27.1 et 27.2 dans une conférence faite en 1942 au séminaire de M. Fréchet. Les persécutions raciales l'ont empêché de les publier à cette date.

Je n'avais pas cru devoir faire état d'une communication qui n'avait pas laissé de trace écrite, et dont la connaissance ne fait que confirmer mon opinion antérieure : sauf la précision que je viens de rappeler au 1°, et qui appartient à M. Loève seul, le théorème fondamental de l'analyse harmonique a été obtenu indépendamment par H. Cramér et M. Loève, et il est juste de l'appeler théorème de Cramér et Loève.

Je n'avais considéré la distinction signalée au 1° que comme un détail sans importance. Mais puisque vous ne vous ralliez pas à ce point de vue, je ne peux pas refuser de mentionner que la condition de Cramér n'est pas exactement votre condition d'orthogonalité. Je n'ai plus son mémoire sous les yeux, mais je me le rappelle assez bien pour être à peu près sûr de ne pas me tromper.

Ce que vous m'écrivez sur l'Amérique n'est pas fait pour me donner un grand désir d'y aller. On m'offrira une fortune, ou ce qui me paraîtra tel, et j'y serai de ma poche ; ce ne serait encore rien si je pouvais exporter de France le complément nécessaire. Où en est votre naturalisation ? Puis-je faire une démarche pour vous ? Je ne demande pas mieux - à mon retour à Paris - mais il me faut des précisions. Le fait que M^{me} Ponso Chapuis⁹⁹ ne soit plus ministre peut d'ailleurs rendre les choses plus difficiles. Je sais qu'elle était bien disposée pour les gens dans votre cas, et je ne sais rien de son successeur.

Bien à vous,

P. Lévy

[*dans la marge* : Adresses postales - j.5 septembre, Pinsot. Du 8 au 12, chez M. Wahl, les Pierres, Hurigny, Saône et Loire. Ensuite Paris. A vous de tenir compte de la durée du trajet des lettres ; je vous donne les dates probables de mes déplacements réels. Ce sera plus facile de m'atteindre que de tirer sur un avion faisant du 600km à l'heure.]

Note de Lévy (voir lettre précédente), sûrement jointe à la lettre précédente
100

Une lettre de M. Loève, reçue au moment où je termine la correction des épreuves, me décide à revenir sur le théorème 27.2 et la note (20) de la page 123 pour préciser deux points.

1° Il est bien entendu que ce théorème ne prend tout son sens que grâce au th. 27.1 de M. Loève. Dans son mémoire de 1942 H. Cramér avait indiqué la nécessité d'imposer à la fonction $U(\lambda)$ une condition restrictive. Mais celle qu'il indique ne coïncide avec celle de M. Loève, et par suite n'est nécessaire et suffisante, que dans le cas réel.

2° M. Loève me rappelle qu'il avait exposé les théorèmes 27.1 et 27.2 en 1942 dans une conférence faite au séminaire de M. Fréchet. Les persécutions raciales l'ont empêché de les publier à cette date.

Cela ne peut que confirmer mon opinion : ce théorème a été obtenu indépendamment par H. Cramér et M. Loève, et leurs deux noms doivent y rester attachés.

Letter 32: From P. Lévy to M. Loève

Hotel Raffin Pinsot - par Allevard - Isère
le 25 Aout 1948

Mon cher ami,

J'ajoute un mot à ma récente lettre pour vous dire qu'à la deuxième lecture je n'ai trouvé aucune difficulté au passage qui m'avait d'abord arrêté.

Une faute qui m'a un peu embarrassé est à la p. 324, où la ~~fonction~~ hauteur des sauts est tantôt $Y(t)$ et tantôt $2Y(t)$. Après avoir relu plusieurs fois, je n'ai pas pu douter d'une

⁹⁹See letter 21.

¹⁰⁰One can notice the subtle differences between the two notes, the one in Lévy's book, and the one in this letter.

erreur de votre part et dans l'énoncé du th. 13 j'ai mis

$$M(u) = \frac{1}{2}[\xi(u+0) + \xi(u-0)], \quad Y(u) = \xi(u+0) - \xi(u-0)$$

ce qui impliquerait plusieurs corrections à cette formule (où θ n'est pas nécessaire ; mais dans la suivante je laisse bien entendre θ et θ' , en mettant au bout $\theta; \theta' = \pm 0$) Même correction pour le th. 13'.

J'ai relu une dernière fois mes corrections en me demandant à chacune "suis-je bien sûr de ne pas ajouter une faute ?". Je me suis toujours répondu oui. Alors j'ai (ce matin) expédié les épreuves avec le bon à tirer.

Toutes les corrections n'étaient pas indispensables. Mais j'ai préféré mieux aimé être un peu trop puriste que de laisser des fautes de français (vous voyez qu'il m'en vient tout de même sous la plume). Je vous signale notamment que vous abusez de "l'on". On dit "si l'on" au lieu de "si on" pour éviter un hiatus désagréable. Mais le "l'" n'a aucune signification, et il ne faut pas le mettre quand il n'y a pas une raison précise ; en tout cas jamais au début d'une phrase.

Voilà que je deviens professeur de français.

J'ai corrigé ce matin les épreuves d'une Note aux C.R. sur la théorie des groupes.¹⁰¹

Bien cordialement à vous

P. Lévy.

Je serai en tout cas à Paris à partir du 1^{er} octobre ; sans doute avant. Vers le 10 septembre vous pourrez me situer chez ma soeur (Madame Wahl - les Pierres - Hurigny - Saône et Loire).

Tenez-moi au courant de vos déplacements. Je pense pouvoir vous envoyer "notre livre" vers le 15 octobre. Il faut que j'aie à ce moment votre adresse probable pour novembre.

J'aurais voulu vous envoyer plusieurs exemplaires ; mais je ne dispose que de 30 ; je n'ai pas encore arrêté leur emploi, mais ce n'est même pas suffisant [*suite dans la marge* : pour rendre les politesses aux collègues et savants français ou étrangers qui m'ont envoyé leurs livres.]

Letter 33: From P. Lévy to M. Loève

Hurigny - 11 septembre 1948

Mon cher ami,

1° Je vous ai envoyé il y a quelques jours les épreuves en page d'une partie de votre note ; il manquait les p. 321 à 336 dont je viens seulement de recevoir une nouvelle épreuve corrigée.

2° Pour votre théorème, je ne sais pas si j'ai fait pour le mieux. Mais je ne peux plus changer. Quoique je n'ai plus le mémoire de Cramér sous les yeux, je suis persuadé que ce que j'écris est exact : sa condition

$$E \{|U|^2 + |V|^2\} = E \{|U + V|^2\}$$

¹⁰¹P. Lévy, Etude d'une classe de permutations, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. 227, 1948, p. 222-223.

où U et V sont deux accroissements relatifs à des intervalles disjoints, ne coïncide pas avec la votre $E\{UV^*\} = 0$. On le voit immédiatement en remplaçant $|U|^2$ par $(u_1 + iu_2)(u_1 - iu_2)$, etc.

3° Votre expression $\frac{1}{T} \int_0^T [dX(\tau)]^2$ est mon oscillation brownienne. Je pense qu'il ne vous a pas échappé que ce n'est pas une intégrale ordinaire, mais une intégrale stochastique.

Je n'ai jamais douté que, parmi les processus additifs, elle n'était déterminée (et pr. s. constante) que pour le mouvement brownien. Pour les processus à sauts elle est aléatoire. Mais je ne l'ai jamais dit explicitement, et vous avez toute latitude pour le faire.

Bien à vous

P. Lévy

Je vous rappelle que je voudrais être sûr de votre adresse pour fin octobre ou début de novembre pour vous envoyer notre livre.

Au sujet de votre communication au séminaire Fréchet, que j'aie mis 1942 au lieu de 42-43 n'a pas grande importance.

Letter 34: From P. Lévy to M. Loève

Paris - 38 Av. Théophile Gautier
16 - 10 - 48

Mon cher ami,

J'ai bien reçu votre lettre¹⁰², il y a 8 ou 10 jours. Je ne vous ai pas répondu tout de suite, parce que j'espérais pouvoir en vous écrivant vous annoncer l'envoi de mon livre. Des grèves chez les imprimeurs on retardé sa publication, et j'attends encore, mais cela ne peut plus tarder beaucoup.

J'avais décidé de vous envoyer 2 exemplaires. En raison de votre lettre, j'enverrai les exemplaires demandés pour J. Neyman et Wald, et 1 seul pour vous.

Je suis navré d'avoir pu donner à Neyman l'impression que j'étais distant. Mais il est certain que je n'arrive pas à m'intéresser beaucoup au problème de la meilleure valeur (convaincu a priori que la vraie méthode est le principe de Bayes, et que c'est se leurrer que de croire que l'on peut étudier la difficulté de la probabilité a priori), et je n'ai pas pu lui dissimuler que je ne connaissais pas ses travaux. Je n'ai pas non plus pu lui dissimuler que je restais l'adversaire irréductible des idées de von Mises¹⁰³. Un article qui paraîtra d'ici à quelques mois dans *Dialectica*¹⁰⁴ (Zurich) le prouvera. Or Wald défendait ces idées.

Alors je regrette un peu d'envoyer des exemplaires de mon livre précisément à Neyman et Wald, quand je me trouve déjà en présence d'une liste de plus de 30 noms et que je me demande qui je rayerai. Mais votre participation vous donne bien droit à 10% des exemplaires, et je les enverrai.

Ou plutôt, j'enverrai directement à Neyman, avec une dédicace où il y aura hommage des auteurs. Quant à Wald, que je connais encore moins que N., et dont l'adresse est incertaine, je vous enverrai l'exemplaire pour lui et vous pourrez joindre votre signature à la mienne. En tout cas, s'il est à Oakland, le détour par Berkeley ne sera pas grand. D'ailleurs, si je l'envoyai¹⁰⁵ directement, il ne pourrait pas douter que c'est à votre demande.

¹⁰²This letter is not in Loève's papers.

¹⁰³One can see: V. Mises, Théorie des probabilités, fondements et applications, *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, t.3, 1932, p.137-190.

¹⁰⁴P. Lévy, Les fondements du calcul des probabilités, *Dialectica*, t. 3, 1949, p. 55-64.

¹⁰⁵sic.

Par ailleurs, pour les Etats-Unis, ma liste comprend Wiener, Wintner, H. Lévy, Feller, Polya. Je dois spécialement des politesses à Polya, H. Lévy, Wintner. A la rigueur je supprimerai un des deux autres. Wiener est un très grand type ; mais il y a à peu près 15 ans que je n'ai rien reçu de lui, et jamais je n'ai eu un livre de lui.

A côté de cela, je me suis résigné à rayer Kac, Doob (pour qui depuis Lyon j'ai beaucoup d'estime), de Mises (qui est tout de même un autre type que N. et Wald), Wilks qui m'a envoyé un livre ; tous les Anglais (notamment Wishart, et Bartlett qui m'a aussi envoyé un livre).

Ce qui fait nombre, c'est la Sorbonne. Mais je dois mon livre à tous les Fréchet, Valiron, Bouligand,...etc qui m'envoient les leurs, à Kampé de Fériet, Blanc Lapierre, Fortet que j'ai mis à contribution pour des recherches bibliographiques, et qui le liront ; etc.

Quant à mon voyage en Amérique, il est bien aléatoire. Je croyais me bien porter¹⁰⁶. Mais la radio prouve rétrospectivement que ma pleurésie a été accompagnée de dégâts¹⁰⁷ pulmonaires, que l'oeil le moins exercé peut aisément constater. Bien que ce soit sclérosé (c.à.d. cicatrisé), la règle exige un hiver de repos. J'ai commencé mon cours à l'X, mais je demande un congé pour le 15 novembre, et passerai 3 mois dans le midi, sans doute à Grasse. C'est je pense très exagéré, mais je n'ose pas me révolter contre des avis concordants très nets. Aux Mines, je n'ai même pas commencé mon cours.

Alors mon voyage en Amérique est bien aléatoire. Je n'en ai pas envie. En outre d'être malade là-bas serait une catastrophe. Je veux bien ne pas refuser a priori, mais il ne faut pas laisser ignorer à Neyman qu'il n'est pas du tout sûr que mon état de santé me permette ce voyage en 1949. D'autre part mon ami Jean Wahl, au moins aussi réputé comme philosophe que je le suis comme mathématicien, revient d'Amérique en disant qu'avec un traitement qui semble royal on ne joint pas les deux bouts. Comme je n'en ai pas assez envie pour y être de ma poche (ce que d'ailleurs le contrôle des changes empêcherait), que je n'irais qu'avec ma femme, il faudrait que je sois largement couvert des frais pour deux, y compris une assurance couvrant les frais de maladies éventuelles. Est-il possible de demander tout cela?

Bien cordialement à vous

P.Lévy

[dans la marge : Ne vous pressez pas de rentrer. Le risque de guerre est incontestable, et s'il se réalise je ne vois pas comment on échapperait à une invasion rouge, qui pourrait bien durer 2 ou 3 fois plus que l'invasion nazie. Ceux qui seraient en Amérique à ce moment auraient de la chance. Si M^{me} Loève vient en Europe, que ce soit pour ramener votre fils.]

Letter 35: From P. Lévy to M. Loève

Paris - 24 novembre 1948

Mon cher ami,

Je reçois votre lettre et votre note¹⁰⁸. Je pensais aller lundi à l'Académie. Je la remettrai donc à M. Borel, ou à défaut à quelqu'un d'autre, suivant vos indications.

¹⁰⁶sic.

¹⁰⁷sic.

¹⁰⁸M. Loève, Sur l'équivalence asymptotique des lois, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1948, t. 227, p. 1335-1337.

Quittant Paris dans quelques jours, et ne sachant pas l'adresse de Féron, je demanderai à M. Fréchet d'envoyer Féron ou à défaut quelqu'un d'autre corriger les épreuves le 8 décembre.

Je fixe cette date éloignée, et prierai G.V. d'attendre, pour vous permettre éventuellement quelques corrections. Il semble qu'il vaudrait mieux dire voisinage asymptotique, et non équivalence. Je ne veux pas prendre sur moi de faire cette correction (qui en entraîne beaucoup).

Par contre j'ai pris sur moi de corriger la formule finale. Vous aviez écrit

$$\log g'_{n,k}(t) = ia'_{n,k}t + \int \exp \left[it(x - a'_{n,k}) \right] dF'_{n,k}(x)$$

j'ai mis

Si je me suis trompé, vous n'avez qu'à rectifier.

Je donnerai les instructions pour les tirages à part que vous désirez.

En ce qui me concerne, j'ai interrompu il y a un mois mon cours de l'X, et je me demande un peu pourquoi. Il est incontestable, après un examen radiographique fait à la fin de septembre que ma pleurésie, au printemps, avait été accompagnée d'accidents pulmonaires inaperçus à l'époque. Mais je vais bien, et d'après un nouvel examen, il y a 8 jours, les traces qui en restent ont presque disparu. Mais je me suis laissé impressionner par l'avis concordant, et évidemment raisonnable, de 4 médecins, dont celui de l'X, et je vais passer l'hiver à Grasse.

Cela ne m'empêcherait pas de transmettre vos notes à M. Borel. Mais il vous connaît maintenant bien et vous pouvez aussi les lui envoyer directement.

Je suis content que vous me parliez d'une invitation pour 1950. Je ne dis pas qu'un voyage aux U.S.A n'aura pas encore certaines raisons de m'effrayer à cette date. Mais j'espère qu'il n'y aura plus de raison de santé.

Je suis un peu ennuyé d'une lettre de Feller ; il paraît qu'il a travaillé depuis 1936 la diffusion de la probabilité ; je l'ignorais totalement et regrette de n'en avoir pas parlé. Comme "errata", il y a au bas des p. 22 et 26 des renvois inexacts¹⁰⁹ ; je pense que cela ne vous gênera pas. Jusqu'ici je n'ai rien trouvé de plus grave.

Mon gendre Schwartz a reçu une intéressante lettre de G. Doetsch. Il fait imprimer un nouveau livre, plus étendu, sur l'équation de Laplace, en 2 vol., et se plaint des conditions de son travail.

Je vous reparle de vous. Je ne pense pas que votre dossier de naturalisation se retrouve jamais. Vous occupez-vous d'en faire un troisième. C'est évidemment regrettable qu'il faille vous le demander, mais il faut voir les choses telles qu'elles sont, et faire le nécessaire si vous voulez être naturalisé.

Bien cordialement P. Lévy

Lettre 36: From P. Lévy to M. Loève

Grasse - L'Hermitage¹¹⁰ - 19 - 1 - 49

Mon cher ami,

J'ai bien reçu vos aimables voeux ; est-il encore temps de vous renvoyer les miens. Comme vous m'annonciez un colis, j'ai attendu son arrivée pour vous en accuser réception, vous remercier... et vous gronder. Il est arrivé à Paris ; ma femme, qui y est rentrée depuis

¹⁰⁹from [?].

¹¹⁰See letter35: Paul Lévy spent the winter in Grasse to cure his pleurisy.

10 jours, m'écrit tout ce qu'il contient, et qu'elle me fait suivre entre autres une boîte de chocolats et une boîte de cacao pour mes goûters !

C'est vraiment une folie que vous faites ; j'en suis d'autant plus persuadé que plusieurs amis qui rentrent d'Amérique me disent que la vie y est si chère¹¹¹ que des rémunérations qui paraissent larges deviennent insuffisantes. Cela me fait quand même un peu peur d'y aller. Alors il faut que vous soyez plus sage à l'avenir.

Il faut surtout que vous vous persuadiez que vous ne me devez rien. Je serais navré de m'imaginer que vous avez cru me devoir ça parce que vous m'aviez demandé d'envoyer mon livre à Neyman et à Wald. Mais avec votre exemplaire cela ne fait que 3 exemplaires, sur 30 que j'ai eus, et votre contribution est de plus du dixième. C'est moi qui ai à m'excuser de ne pas vous en avoir envoyé au moins un 4e. Mais la liste des personnes à qui je voulais en envoyer comprenait trop de noms, et il fallait couper.

Wald a réagi en m'envoyant son livre (Sequential Analysis¹¹²) et un mémoire¹¹³. De J. Neyman, je n'ai même pas un accusé de réception (peut-être n'avait-il pas mon adresse). Il n'est pas le seul. Sur 8 volumes envoyés en Amériques, y compris les vôtres, 3 sont restés sans réponse (les 2 autres sont Doob et Wiener).

Je vais assez bien pour me demander ce que je fais à Grasse. J'espère que le D^r que je vais revoir sera du même avis, et que je pourrai dans un mois reprendre une vie normale. Je dois aller à Bruxelles à la fin de mars ; peut être à Amsterdam. Je viens de corriger les épreuves d'un mémoire pour *Compositio Mathematica*¹¹⁴ ; c'est de la théorie des groupes. Feller sera scandalisé. Mais il fallait me reposer. J'arrive à être fatigué de l'extrême abstraction.

Bien cordialement à vous

P.Lévy

Ma femme m'a suggéré d'envoyer à M^{me} Loève un petit flacon d'essence de jasmin, une spécialité de Grasse. J'ai hésité parce que je ne peux pas éviter que les frais de douane soient à votre charge ; mais cela ne peut pas être lourd, et en pareille matière il faut suivre l'avis des femmes. Je me suis donc décidé, et j'espère que le colis partira en même temps que cette lettre ; naturellement, il mettra bien plus longtemps en route.

Letter 37: From P. Lévy to M. Loève

Paris. 38 Av. Théophile Gauthier
le 2-4-49

Mon cher ami,

J'ai parlé de vous hier au nouveau doyen, M. Châtelet¹¹⁵, qui est très aimable et fera à l'occasion des démarches pour vous à la justice.

Mais la bonne volonté ne suffit pas. Il faut un minimum de précisions pour reconstituer un dossier. Ne pouvez-vous pas au moins vous procurer un nouvel acte de naissance, et

¹¹¹After the war, the United States had to overcome a period of inflation and unemployment. This social crisis was partly due to the conversion of the war economy and the soldiers who were back from conflict and looked for jobs.

¹¹²*Sequential analysis*, 1947, New York : John Wiley and sons.

¹¹³Bayes solutions of sequential decision problems. *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.* **35**, (1949). 99-102.

¹¹⁴A Dutch mathematics review.

¹¹⁵Albert Châtelet, 1883 - 1960, was the dean of the Faculté des sciences in Paris from 1949 to his retirement in 1954.

faire une nouvelle demande, avec un rapport exposant votre histoire, vos séjours en France, vos titres français (de guerre, et scientifiques), vos dossiers antérieurs égarés, la nationalité de votre femme. Envoyez moi le tout (ou faites moi envoyer directement d’Egypte votre acte de naissance) ; je le porterai à M. Châtelet en lui demandant à ce moment de prendre l’affaire en main.

Reçu le beau livre¹¹⁶ de Neyman. Je vais le remercier, mais peut-être pas par avion. Je suis un peu surpris de la Note 5 de la p. 117¹¹⁷. Peut-être à la lettre est-ce exact, car je n’ai rien publié d’explicite avant ma note du 13-11-1922¹¹⁸. Mais dans des conférences de 1919 à l’X j’avais déjà attiré l’attention sur l’avantage de la fonction caractéristique qui détermine dans tous les cas la loi de probabilité, et je suis persuadé qu’à cette époque d’autres que moi le savaient.

Je reviens de Bruxelles, où j’ai fait 3 conférences, dont une seule sur le calcul des probabilités (mouvement brownien plan) ; une sur le problème de Platan ; une sur un problème de la théorie des permutations ; ce n’est pas des hautes mathématiques. Cela avait d’abord été un passe-temps pendant ma maladie ; mais je me suis pris au jeu, et il en est sorti une théorie dont je viens d’exposer l’ensemble dans une note présentée à l’Académie¹¹⁹ il y a quelques jours. Je crois que cela vous amusera.

Je ne me porte pas mal, mais je suis souvent fatigué sans comprendre pourquoi. D’après les médecins, mon poumon n’y est pour rien, et je ne peux pas croire que ce soit déjà un effet de l’âge. En tout cas, si cela dure, cela me rendra moins entreprenant.

Mes hommages à Madame Loève, et bien cordialement à vous

P.Lévy

De ma famille, rien sans doute qui mérite de traverser l’océan ; le lot normal de maladies d’enfants ; rien de grave. Le nouveau-né pousse normalement. Je serai du 9 au 20 avril à Marlotte (S. et M.¹²⁰) Hotel de la Maison Blanche.

Letter 38: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève
5974 Keith Avenue
Oakland, Calif

Le 24 Avril 1949

Cher Monsieur,

Merci pour votre lettre. J’écris en Egypte pour demander que l’on envoie un acte de naissance.

Le Recteur de l’Université de Nancy¹²¹ au moment du Colloque, et actuellement, je crois, Directeur de l’Enseignement Supérieur, avait proposé à ma femme de nous aider pour la naturalisation. Peut-être s’en souvient-il. Je joins à cette lettre le résumé demandé. Le numéro du dossier était 49005 × 38. J’ai appris qu’il y aura un congrès cet

¹¹⁶ *First Course in Probability and Statistics*, Henry Holt and Co., New York, N. Y.

¹¹⁷ We did not manage to get Neyman’s book. He probably wrote that he was the first to find that the characteristic function characterized the distribution law.

¹¹⁸ Sur la détermination des lois de probabilité par leur fonctions caractéristiques, *C.R. Acad. Sci. Paris*, **175**, 854-856.

¹¹⁹ Paul Lévy published several notes on permutations after 1949. He probably talked about the first of these notes, which is: Sur deux classes de permutations, *C.R. Acad. Sci. Paris* **228** 1089-1090.

¹²⁰ Abbreviation for: Seine et Marne.

¹²¹ Pierre Donzelot, 1901-1960.

Octobre avec une section de probabilités. Je regrette que M. Fréchet ne m'aie pas envoyé une invitation de participer à ce congrès. Si je reçois régulièrement de telles invitations l'Université de Californie me payerait le voyage - probablement pas à la 1ère invitation mais très certainement pour l'une d'elles. Peut-être que Belgodère¹²², généralement secrétaire, pourrait le faire régulièrement.

Comme j'ai dû vous le dire j'ai proposé que l'on vous invite ici après le congrès de 1950 pour lequel je suppose vous avez reçu ou recevrez prochainement une invitation frais payés. J'ai également proposé que l'on invite Laurent Schwartz. Vous chez nous¹²³ et Schwartz chez les mathématiciens - nos budgets sont séparés quoique nous formons un seul Département de Mathématiques. Jusqu'ici rien n'est sorti de mes propositions répétées. Mais ce n'est que vers la fin de cette année (ou début année prochaine) que les décisions pour 1950-51 seront prises. J'espère que l'on m'écouterà et que vous voudrez venir. Malheureusement mon influence personnelle est faible. Mais peut-être que la goutte d'eau finira par user la pierre. Je le voudrais beaucoup puisque je suis persuadé que vous aurez d'autres invitations pour d'autres Universités d'été après le Congrès.

Mon travail dont la note aux C.R.¹²⁴ était en quelque sorte une présentation de quelques résultats non encore polis s'est développé en un mémoire¹²⁵ d'environ 30 à 40 pages au moins - en étant concis. Je crois que j'ai maintenant une solution satisfaisante du problème que je me suis proposé : trouver les conditions de convergence et les types asymptotiques des lois de sommes de v.a. liées donnant tous les résultats (cond. nécess. et suff.) connus dans le cas particulier de l'indépendance¹²⁶. Un résumé sommaire paraîtra dans les Proceedings of the Nat. Ac. of Sciences¹²⁷ et sera la note développée et avec des résultats améliorés. Le mémoire lui-même est prêt - en anglais - depuis le début de cette année. Mais j'attends d'en exposer l'ensemble à la "Summer Session" qui vient (fin Juin et Juillet). Depuis quelque temps je travaille la convergence presque-sûre. Jusqu'à présent j'ai des résultats assez satisfaisants mais je voudrais en tirer davantage et surtout en faire un ensemble cohérent. Comme je regrette ne pouvoir vous accompagner depuis le métro jusqu'à l'Ecole des Mines ou l'Ecole Polytechnique. Avec l'aide de M. Neyman j'ai obtenu qu'il y ait deux cours de Proba. pures, tous deux d'un niveau élevé - le 1er à un niveau plus élevé que le Certificat de Probabilités¹²⁸, l'autre (suivant le 1er) consacré aux développements modernes - chacun est un cours annuel. Bien entendu le 1er contient l'axiomatique avec l'intégrale de Lebesgue-Stieltjes et le théorème de Radon-Nikodym, les ensembles de lois, les lois infiniment divisibles etc... Le programme du second pourrait varier d'année en année. Merci encore pour votre lettre.

Votre dévoué

M. Loève

Letter 39: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève

¹²²Paul Belgodère, the Secretary of the Institut Henri Poincaré from 1949 to 1984.

¹²³At the Statistics Department, founded by Neyman.

¹²⁴Loève's note was published on December, 20 1948 and was entitled: Sur l'équivalence asymptotique des lois, p 1335-1337.

¹²⁵On sets of probability laws and their limit elements. *Univ. California Publ. Statist.* **1**, (1950). 53-87.

¹²⁶For instance, the law of large numbers.

¹²⁷On the "central" probability problem, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* June 1, 1949 vol. 35 no. 6 p.328-332.

¹²⁸This is a diploma which is higher than the Bachelor's Degree, and which can be compared to the Master's Degree.

5974 Keith Avenue
Oakland, Calif

Le 4 Mai 1949

Cher Monsieur,

M. Neyman a agi. Il vous envoie par ce même courrier une lettre officielle. Mais elle semble insuffisamment explicite. Voici les précisions :

1° Offre ferme de venir pour la "Summer Session", environ 20 Juin - fin Juillet¹²⁹ (6 semaines). Somme : environ \$1200 plus \$290 frais déplacement (New York et retour) - c'est le maximum possible à obtenir (à peu de choses près). Travail : 10(!) heures de cours par semaine ou équivalent : 5 heures + séminaire + aide pour recherche individuelle.

2° Un "lecture-tour" des principales Universités des Etats-Unis - à organiser. M. Neyman sait ce qu'il faut faire. Ceci suppose entre une et cinq "lectures" dans chaque Université. Ici, à Berkeley on vous demanderait 5 "lectures". Somme \$250. Pas de frais de déplacement.

3° Summer Session (1°) plus "lecture tour" des autres Universités, soit avant la "Summer Session, soit après le Congrès. Il y a un intervalle d'environ 5 semaines entre la fin de la "Summer Session" et le début du Congrès où on ne peut rien faire.

Je ne sais pas quels sont les arrangements financiers pour le Congrès mais je crois que ce serait préférable de demander un délai avant toute réponse ferme - de quelque nature qu'elle soit - afin d'attendre l'invitation pour le Congrès. Mais vous saurez mieux ce qui vous convient le mieux¹³⁰.

Letter 40: From M. Fréchet to M. Loève

UNIVERSITÉ DE PARIS
Paris, le 11 Mai 1949,

FACULTÉ DES SCIENCES
INSTITUT HENRI POINCARÉ
11, Rue Pierre-Curie (V^e)
TÉL : ODÉON 42-10

Mon cher ami,

M. Paul Lévy me fait part de votre désir de venir à Paris pour participer au

Colloque de Philosophie
du Calcul des Prob. et de ses appl.

J'en suis très heureux et pour vous faciliter votre voyage, je vous envoie l'invitation officielle ci jointe à participer aux discussions. (A vrai dire, je n'ai pas encore commencé à lancer l'ensemble des invitations de cette catégorie parce que j'attends encore d'avoir

¹²⁹1950.

¹³⁰The letter is not signed. It probably misses the last sheet and the invitation from Neyman.

reçu les réponses à une dizaine d'invitations à faire des rapports, adressées plus particulièrement à ceux qui ont déjà publié des travaux sur les fondements du Calcul des Prob. ; mais puisque vous habitez loin, il vaut mieux que je vous écrive plus tôt).

Comment vous sentez-vous là-bas ? La Californie est le paradis de l'Amérique. La cuisine y est cependant aussi mauvaise qu'ailleurs. Mais vivant, je crois, en famille, vous pouvez l'éviter.

En tous cas, Neyman et le petit groupe qui l'entoure [au Laboratoire] forme une petite famille bien sympathique. Envoyez leur mon bon souvenir.

Bien à vous,
M. Fréchet

P.S. J'espère que vous avez reçu mes derniers tirés à part. D'autres viennent de m'arriver que je vous enverrai prochainement.

Letter 41: From M. Fréchet to M. Loève

UNIVERSITÉ DE PARIS
Paris, le 12 Mai 1949,

FACULTÉ DES SCIENCES
INSTITUT HENRI POINCARÉ
11, Rue Pierre-Curie (V^e)
TÉL : ODÉON 42-10

Dear Dr Loève,

A Congress of Philosophy of Science shall be held in Paris in October 1949.
I have been appointed as Chairman of the Section on

the Philosophy of Calculus of Probability
and applications

Ten reports will be presented. A few specialists will be invited to take part in the discussion of these reports. Knowing your important contribution to Calculus of Probability, I would like very much to know if it would be possible for you to come here and to participate in the discussion.

An early answer would oblige me, since it would enable me to apply to some other specialist, in case you could not come.

In case some of your students should happen to be in Paris at that time, it may be good to state that on your recommendation, they might have a card to attend the meetings.

Yours sincerely,
M. Fréchet.

Letter 42: From P. Lévy to M. Loève

Paris - le 13 mai 1949

Mon cher ami, au sujet de votre lettre du 25 avril, 1° J'ai transmis au doyen Châtelet les renseignements concernant votre dossier. J'espère que l'acte de naissance va arriver. 2° J'ai fait part à M. Fréchet de votre désir d'être invité au colloque d'octobre. 3° Pour la partie mathématique, il me semble que votre lemme II est inclus dans le lemme I¹³¹.

- La mère de W. Doeblin sort d'ici. Elle vous enverra prochainement des tirages à part de son fils à distribuer pour le mieux aux U.S.A. (bibliothèque ou particuliers).

- J'ai reçu votre lettre du 4 mai et celle de Neyman. Je suis très embarrassé. La question de la traversée de l'Océan reste entière ; le Fullbright Act¹³² est fait en principe pour des séjours d'un an.

Vous savez mes difficultés pour la langue anglaise. A la rigueur je me débrouillerai pour faire 5 leçons par semaine. Mais un séminaire est presque impossible à moins qu'un des auditeurs ne soit en même temps interprète.

D'autre part, je n'envisage pas autre chose que ce que vous appelez la solution B (lecture tour après le congrès), à moins que ma femme ne vienne avec moi. Mais alors la question pécuniaire se pose avec acuité. Je crains de ne pouvoir emporter de France plus de 100 ou 200\$; je n'en suis même pas sûr. Il s'agirait donc, avec environ 1600\$, de faire à deux le voyage N.Y. - Berkeley et retour, et de vivre à Berkeley du 20 juin au 30 juillet, et d'attendre quelque part la date du congrès. Le problème est-il résoluble ? Pouvez-vous me dire ce qu'il faut 1° pour vivre à deux, sans luxe mais convenablement, 40 jours à Berkeley ; 2° pour passer quelque part le mois d'août ; 3° pour se permettre quelques extras, promenades sur les côtes du Pacifique, excursions en montagnes, etc...

D'autre part, sauf empêchement imprévu, je pourrai quitter Paris en temps utile pour faire un lecture tour avant la summer session, et gagner un peu d'argent. Mais si nous sommes deux, est-ce que je gagnerai plus que je ne dépenserai ?

Comme en outre tout est subordonné à une solution pour la traversée de l'Atlantique, au moins pour moi (je ne peux guère faire plus que payer celle de ma femme), je ne suis pas près de prendre une décision. Je vais me renseigner auprès de collègues ayant été en Amérique et écrirai à Neyman quand les choses seront un peu clarifiées dans mon esprit. Mais je ne suis pas près de prendre une décision.

Bien cordialement à vous

P.Lévy

P.S. Fortet me signale une erreur dans mon livre¹³³ ; p.96, lignes 5 à 7, la phrase "on remarque..."¹³⁴ et par suite la conclusion du 2° sont inexactes.

Letter 43: From M. Loève to M. Fréchet

¹³¹In the article published by Michel Loève in the CRAS. See the letter written on April, 24 (and not 25).

¹³²It was a scholarship program which was set up in 1946 to make exchanges between universities easier.

¹³³[?]

¹³⁴"On remarque que cette condition est vérifiée pour toutes les fonctions aléatoires réelles qui sont à la fois de Markoff, stationnaires et d'ordre deux, et réduites". This remark is taken out in later editions.

Michel Loeve
5974 Keith Ave
Oarcland, California

22 Mai 1949

M. le Professeur M. Fréchet

Cher Monsieur,

Je reçois votre aimable lettre ainsi que les tirés à part et vous en remercie. Si je recevais régulièrement les invitations aux Congrès, Colloquia, etc... (que j'aurais reçu si j'étais en France) je pourrais obtenir de l'Université, ici, les frais de voyage pour participer à quelques-uns d'entre eux - ce qui me permettrait de garder le contact avec la France et l'Europe en général. Aussi je vous serais très obligé de me faire envoyer de telles invitations et vous en remercie à l'avance. Cette fois-ci j'ai fait connaître l'invitation que vous aviez bien voulu m'envoyer mais n'ai pas demandé d'y aller - ~~e'est un peu~~ - mon appointment est encore trop récent. Mais c'était excellent à titre préparatoire.

Mr Evans que, d'ailleurs, je vois peu -(comme vous savez nous sommes presque indépendants et séparés dans l'espace -) d'autant plus qu'il est en "sabbatical leave" (en résidence) ne m'a pas parlé de ses projets. Conformément à ce que vous m'avez demandé je n'ai parlé à personne de votre venue éventuelle. Mais j'espère beaucoup que vous viendrez.

J'ai pu obtenir à partir de l'année scolaire deux cours annuels de Prob. de niveau mathématique élevé. Le 1er cours donne les outils mathématiques : théorie des ensembles, intégration abstraite (Lebesgue, Fréchet), le théorème de Radon - Nikodym, les théorèmes de Helly - Bray, les propriétés des fonctions caractéristiques, etc... puis étudie en détail les lois limites des sommes de v.a. : conditions nécessaires et suffisantes pour la loi des grands nombres, la tendance centrale, la tendance Poissonienne, les lois infiniment divisibles, etc... ; enfin compare les diverses convergences stochastiques et ~~donne~~ examine la convergence des séries de v.a., la loi forte des grands nombres, y compris le th. de Birkhoff, etc...

Le second cours complètera le 1er (~~ceux~~ que l'on aura pas eu le temps d'y faire) et examinera les développements récents tels que les chaînes de Markoff, le mouvement brownien mathématique, les processus stationnaires, la théorie ergodique. Son programme variera d'une année à l'autre. Enfin un "Séminaire" (~~eours~~) (sous forme de cours - du moins partiellement) permettra d'étudier des questions connexes. Par exemple cette année scolaire le sujet était "Selected Probability Problems in Physics". J'espère ainsi créer un courant d'intérêt pour les Proba. et provoquer des recherches.

Quant à moi, j'ai, depuis quelques temps, un travail d'environ 40 pages où je crois avoir résolu de manière satisfaisante le problème des lois limites dans le cas de dépendance (il apparaît que même dans le cas particulier où S. Bernstein s'est placé : tendance centrale, existence des troisièmes moments absolus, ~~les conclusions~~ des résultats peuvent être notamment améliorés, autrement dits, les conditions supplémentaires sont trop restrictives.)

Je mets au point en ce moment un ensemble de résultats sur la convergence presque-certaine, la loi forte, etc... et également une théorie abstraite des probabilités (que j'avais exposés dans une quinzaine de conférences données à Univ. College en 1947) pour répondre aux problèmes [soulevés] ~~depar~~ [la] Mécanique quantique. Mon approche est différente

du vôtre -(je ne puis utiliser pour la théorie générale des espaces distancés -) mais j'espère que les développements ultérieurs rapprocheront les deux méthodes. ~~d'approche~~¹³⁵.

L'atmosphère ici est très sympathique. Mais ce n'est pas la France. Quant à M. Neyman, ma présence ici m'a permis de confirmer l'opinion que j'avais qu'en dehors de sa très grande valeur - c'est un grand savant, c'est aussi l'un des meilleurs êtres humains que je connaisse. Il aide tous ceux qui l'entourent d'une façon constante et prend à coeur tous leurs problèmes de quelque nature qu'ils soient.

Veillez agréer, cher Monsieur, l'assurance de mes sentiments dévoués.

M. Loève

Letter 44: From M. Loève to P. Lévy

M. Loève
5974 Keith Avenue
Oakland, Calif

Le 3 juin 1949

Cher Monsieur,

Merci pour votre lettre. Je suis confus que vous vous soyez imposé la correction de la Note¹³⁶. Si je me permets de vous en envoyer c'est parce que j'espère que vous y jeterez¹³⁷ un coup d'oeil et ne la donneriez pas si elle ne valait pas la peine d'être publiée. Maintenant, je n'oserai plus le faire.

M. Neyman et moi avons proposé de vous faire inviter (indépendamment du reste) pour une "Hitchcock lecture"¹³⁸ - une sorte de cours (6 conférences) et très honorifique pour lequel tous les départements proposent des candidats - fort bien payé (près de \$ 2000). Malheureusement je crains fort que notre tentative ne réussira pas - trop de compétition et aussi c'est une sorte de cours qui s'adresse à toute l'Université et la tendance est à inviter des gens dont la spécialité peut être comprise - plus ou moins - par le plus grand nombre. Cela valait en tout cas la peine d'être tenté.

Quant à la Summer Session il n'y aurait pas de difficulté : 1° Il est évident que je suivrais votre cours et le séminaire 2° le séminaire pourrait être fait en Français 3° même le cours à la rigueur pourrait être fait en Français. Il vaudrait peut-être mieux essayer en Anglais¹³⁹ mais il n'y aurait pas d'objection insurmontable à ce qu'il soit en Français.

Le vrai problème demeure celui des 6 semaines après la Summer Session car la somme que vous toucherez ne sera pas suffisante ou du moins trop tangente. Aussi M. Neyman

¹³⁵In these two paragraphs, Loève mentioned his current works, which lead in 1950 to two publications:

- *Fundamental limit theorems of probability theory*, Ann. Math. Statistics, Vol. 21, p. 321-338 (1950)
- *On sets of probability laws and their limit elements*, Univ. California Publ. Statistics, Vol. 1, p. 53-87 (1950)

¹³⁶See the letter written on April, 24.

¹³⁷sic.

¹³⁸The name comes from Charles M. Hitchcock, an American physicist at the XIXth century, and not from the movie director. Loève talked about the annual event which consisted in exposing research works of one or more scientists, whatever the field they studied. In 1950 the lecturers were Joseph Needham, William Dunn Reader, about the Chinese scientific thought, David Katz, who spoke about psychology, and Heinz Hopf, who spoke about geometry. Not only was Paul Lévy not chosen, but another mathematician was preferred.

¹³⁹One can remember the difficulty for Lévy to speak in English.

essaye de trouver une solution. La tentative pour le "Hitchcock" en était une. Elle échouera probablement. Mais on essayera quelque-chose d'autre - jusqu'à ce que cela marche. C'est du moins très ferme espoir. M. Neyman est très énergique et il veut aboutir.

Pour le moment le plus simple est d'attendre que nous ayons quelque chose en mains. Aussi que vous ayez l'invitation au Congrès et connaissiez les conditions. Je crois que tout finira par se coordonner au mieux. Bien entendu nous savons que Mme Lévy vous accompagnera. D'autre part le "lecture tour" est moins fatigant que l'on pourrait le croire car quelques conférences bien déterminées serviraient partout. Le billet de chemin de fer pourrait se prendre avec faculté d'arrêt donc le voyage ne sera pas bien plus coûteux qu'un voyage direct. Les chemins de fer sont très confortables. Pour une chambre d'hôtel double il faut compter 5 ou 6 dollars. Quant au prix des repas c'est difficile à dire. Mais je crois que le prix moyen d'un repas peut être aux environs de \$ 1.50 ou moins à condition d'éviter les endroits luxueux. Probablement pas plus de \$ 2.00 pour un très bon repas. Je vous signale également que vous pouvez prendre vos billets d'aller-retour et vos billets de chemin de fer aux E.U. en France et en francs ce qui libérerait des dollars au cas où vous voudriez faire des achats ici. De plus ils vous reviendront moins cher car si vous achetez les billets de chemin de fer aux E.U. même vous payeriez 15% de plus. C'est un impôt de l'Etat que vous n'avez pas à payer si vous les achetez à l'étranger.

En ce moment rien n'est complètement fixé excepté l'invitation pour la Summer Session. Le lecture tour sera facile à organiser. Le vrai problème est celui du mois d'Août et du début de Septembre. Dès que vous serez fixé au sujet du Congrès on pourra faire des projets précis et vous les soumettre.

Merci encore pour la note.

Veillez agréer, cher Monsieur, avec mes remerciements, l'expression de mes sentiments dévoués.

M. Loève

Letter 45: From M. Loève to P. Lévy

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

M. Loève
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

le 4 Août 1949,

Cher Monsieur,

Vous vous souvenez peut-être du "Navy Project"¹⁴⁰ qui encourage ce que l'on appelle ici "basic research" - autrement dit le travail scientifique de base. M. Neyman pense que si vous pouviez l'année prochaine avoir un manuscrit à publier ici nous pourrions obtenir de la Navy que vous soyez payé environ 1500 dollars entre la fin de la Summer Session et le Congrès (6 semaines), ce qui arrangerait le problème matériel. Votre travail correspondant est simplement recherche se manifestant par une preuve - une publication. Donc \$1500

¹⁴⁰The Navy subsidized exchanges between scientists who did applied research (which included probability).

sans autres obligations qu'un manuscrit sur un problème de probabilité (ou à défaut un autre) à la fin des 6 semaines qui suivent la Summer Session. Si vous êtes d'accord, voulez-vous s.v.p. me le faire savoir afin que M. Neyman puisse agir en conséquence. La chose n'est pas certaine mais elle est très probable.

Ma femme sera à Paris à partir du 24 Août et pourra vous donner tous renseignements sur la vie ici.

Veillez agréer, cher Monsieur, l'expression de mes sentiments les meilleurs.

M. Loève

Letter 46: From M. Loève to P. Lévy

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

M. Loève
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

le 16 Septembre 1949

Cher Monsieur,

Mr Neyman me communique votre lettre du 11 Septembre et me demande de vous donner les dernières nouvelles.

Comme vous le savez, la "Summer Session" est sûre. Probablement, l'indemnité sera de 1200 dollars plus les frais de voyage de New York ici, et retour - environ 275 dollars.

Le travail avec le Navy project était, jusqu'à présent, probable. Hier nous avons vu la personne en charge et c'est devenu "presque-sûr". L'indemnité serait de 1000 dollars par mois, depuis le 1er Août jusqu'à votre départ pour le Congrès. Durant ce temps vous n'aurez pas de cours à donner. Je voudrais ajouter que Mr Neyman, depuis que l'idée de vous inviter lui est venue, a livré une véritable bataille pour obtenir les meilleures conditions possibles et, comme vous le voyez, a réussi.

Le sujet de votre cours sera de votre choix et l'on s'attend naturellement à ce qu'il porte sur les développements récents de la théorie des Probabilités et, particulièrement sur vos travaux. Le niveau de votre auditoire sera élevé et nous y aurons, probablement, des professeurs venant d'autres Universités.

J'espère que vous êtes complètement rétabli et attends, avec impatience, votre venue.

Bien à vous

M. Loève

Letter 47: From M. Loève to P. Lévy

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Michel Loève
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
STATISTICAL LABORATORY
BERKELEY 4, CALIFORNIA

le 17 Octobre 1949

Cher Monsieur

Mr Davis Dean du collège des Lettres et Sciences vous envoie par ce même courrier une invitation officielle pour la Summer Session. Voilà qui est fait - définitivement.

Quant à Bochner¹⁴¹ je n'ai pas sous la main le mémoire, aussi j'en parlerai de mémoire. Il introduit des fonctions aléatoires $X(A)$ d'ensembles et non de points $X(t)$; elles sont additives (au sens faible¹⁴²) par rapport à ces ensembles. Mais mon impression très nette était qu'essentiellement ce mémoire n'apporte rien de nouveau. En particulier il retrouve sous une forme déguisée et souvent pénible les propriétés des f.a. à accroissements indépendants (proc. de P.¹⁴³ Lévy) et ceux des processus stationnaires du sec ordre.

Le mémoire est difficile à lire - ce qui est exceptionnel pour Bochner - mais ceci est probablement dû à un manque total d'intuition stochastique. Je dirai que si ce mémoire n'était pas écrit comme il l'est, il aurait été très utile pour les mathématiciens qui ignorent la théorie des probabilités. J'ai envie de demander à un chercheur commençant de le traduire complètement en langage des probabilités pour voir ce qui vraiment est un apport et ce qui n'est que répétition - en éliminant les complications inutiles.

Quant au % sur la vente de votre livre je proteste violemment. Je n'y ai aucun droit¹⁴⁴ ! Aussi je vous serais obligé de revenir sur votre offre et également de faire connaître à ma femme ce que je vous dois pour la note aux C.R.¹⁴⁵.

Veillez agréer, cher Monsieur, l'assurance de mes sentiments dévoués.

M. Loève

P.S. Par ce même courrier mais non par avion je me permets de vous envoyer une copie miméographiée d'un mémoire¹⁴⁶ et vous serais infiniment obligé si vous vouliez bien me faire part de vos critiques et remarques. Ce travail paraîtra dans 6 à 12 mois. Merci beaucoup par avance. M.L.

Letter 48: From M. Loève to M. Fréchet

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Michel Loève

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

¹⁴¹Salomon Bochner, 1899 - 1982, was a probabilist, an analyst and a geometer in the United States, but he came from Poland. According to Loève's comments, he had more intuition in other fields than probability. The article in question is probably: S. Bochner, Stochastic processes, *Annals of Mathematics*, 1948, t. 48, p. 1014-1061.

¹⁴²Soient X un ensemble et $A \subset P(X)$ contenant X , stable par passage au complémentaire et par union finie (A est une algèbre, c'est une σ -algèbre ou tribu si elle est de plus stable par union dénombrable). Une fonction $m : A \rightarrow \mathbb{R}^+$ est dite additive au sens faible si elle vérifie

$$\begin{cases} m(\emptyset) = 0 \\ m(A \cap B) = m(A) + m(B) \quad \text{si } A \cap B = \emptyset \end{cases}$$

¹⁴³Poisson.

¹⁴⁴In the letter written by Lévy on January, 19 1949, the author was sorry he could not send Loève more than three copies of his book. He probably suggested Loève got rights to it.

¹⁴⁵This note was mentioned in letter 38. As publishing a note is free, he probably referred to late corrections or carriage costs.

¹⁴⁶Fundamental limit theorems of probability theory, *Ann. Math. Statistics* **21**, (1950). 321-338.

Le 15 Novembre 1951

Cher Monsieur,

Merci pour l'envoi de vos tirés à part. La note dont il s'agit représente l'idée de base d'un cours que j'avais donné à l'Université de Londres. Le manuscrit correspondant a été remanié si souvent qu'il est pratiquement illisible - même pour moi. Aussi je n'ai pas eu le courage de reprendre ce travail. Je compte m'y mettre sérieusement quand j'aurai fini de rédiger un livre sur la théorie des Probabilités - un travail déplaisant au possible car il prend un ~~travail~~ temps fou and¹⁴⁷ m'empêche d'entreprendre ou de continuer d'autres travaux plus intéressants. Il s'agit essentiellement de mise au point des travaux modernes sur la Th. des Pr. et ce n'est pas agréable à moins d'entreprendre de résoudre divers problèmes nouveaux qui apparaissent automatiquement. Malheureusement, si je me laissais faire, je n'écrirais jamais ce livre. Je regrette de l'avoir entrepris mais ne veut pas l'abandonner au milieu. Merci pour les renseignements au sujet du Colloque d'Econométrie¹⁴⁸. Je me demande si cela ne serait pas utile d'inviter Mr Evans de notre Dpt. Il a travaillé dans cette branche, est membre de l'Académie des Sciences des Etats-Unis, etc... - et il pourrait parler en Français. Comme vous le savez, il est l'un des rares d'avoir 2 ~~Colloqui~~ ouvrages dans la collection du Colloquium de "Amer. Math. Soc."¹⁴⁹ Je suis certain que l'Université payerait les frais de transport.

Veillez agréer, cher Monsieur, l'expression de mes sentiments les meilleurs.

M. Loève

¹⁴⁷sic.

¹⁴⁸The International Colloquium of Econometrics was organised by the CNRS in May, 1952 and devoted its works to the study of the risk theory and the uncertainty in as regards economy.

¹⁴⁹These two books are:

- *The Cambridge Colloquium*, Griffith Conrad Evans and Oswald Veblen, AMS, 150 pp. (1918)
- *The Logarithmic Potential : Discontinuous Dirichlet and Neumann Problems*, AMS, 150 pp. (1927)